

NÁVRH OPTIMALIZOVANÉHO KARTOGRAFICKÉHO ZOBRAZENIA PRE SLOVENSKO

Jozef Krcho, Mária Kutková

Univerzita Komenského v Bratislave, Prírodovedecká fakulta, Katedra kartografie, geoinformatiky a diaľkového prieskumu Zeme, e-mail: krcho@fns.uniba.sk, kutkova@fns.uniba.sk

Abstract: In development process our territory the different cartographic map projections were developed and improved. This paper gives characteristics of the Krovak cartographic map projection and notices its properties and rates it in context for Slovakia, for its shape and territory. This work shows the proposal of own optimized projection for Slovakia, its flow from Krovak conformal projection, with new cartographic pole and new standard cartography parallels, as well as new sequence of map sheets. The result of this work is the projection of Slovakia displayed in new optimized conformal projection on tangent and secant cone in general perspective.

Key words: cartographic map projection, conformal conical projection, properties of cartographic projection, distortion of distance, distortion of area, sequence of map sheets

1 ÚVOD

Predmetom tejto práce je stručné pojednanie o jednej z možností optimalizovaného kartografického zobrazenia pre územie Slovenskej republiky. Vychádzame pri tom z Křovákovho dvojitého konformného kuželového zobrazenia, pôvodne navrhnutého pre územie bývalého Československa z r. 1918, ktoré ako súčasť obsahovalo aj územie Podkarpatskej Rusi, dnešnej Zakarpatskej Ukrajiny.

Toto zobrazenie síce z hľadiska priestorového rozloženia hodnôt modulov dĺžkovej a plošnej deformácie dobre vyhovovalo vtedajšiemu tvaru novovzniknutej Československej republiky (ČSR) ako celku, avšak s rôznym stupňom ich optimálneho rozloženia pre jednotlivé územné oblasti. Toto zobrazenie sa použilo aj v novodobých dejinách Československa po druhej svetovej vojne, keď bola Podkarpatská Rus odtrhnutá od jeho územia a bola pričlenená k vtedajšiemu Sovietskemu zväzu.

V roku 1993 sa Československá federatívna republika (ČSFR) po vzájomnej dohode rozdelila na dva samostatné štáty a to na Českú republiku (ČR) a Slovenskú

republiku (SR), pričom sa štátne mapové dielo pre štátnu správu a služobné civilné účely v Křovákovi zobrazení naďalej používa v oboch nástupníckych štátoch. Keďže má štátne územie Slovenskej republiky výrazne pretiahnutý tvar, avšak s úplne iným priebehom základnej kartografickej rovnobežky ako ho mala bývalá Československá republika, problém kartografického zobrazenia optimalizovaného pre samotné štátne územie Slovenskej republiky sa stal z teoreticko-koncepčného hľadiska aktuálnym. Pokúsili sme sa preto toto Křovákovo zobrazenie z hľadiska jeho vlastností optimalizovať pre štátne územie samotnej SR. Nadväzujeme pritom na diplomovú prácu, ktorej predmetom riešenia bol problém optimalizovaného zobrazenia pre územie SR (Kuťková, 2009).

2 POŽADOVANÉ ZÁKLADNÉ KRITÉRIA NA KARTOGRAFICKÉ ZOBRAZENIE ČESKOSLOVENSKEJ REPUBLIKY Z ROKU 1918 – STRUČNÝ HISTORICKÝ EXKURZ

Československá republika, ktorá vznikla v r. 1918 ako jeden z nástupníckych štátov po rozpade Rakúsko-uhorskej monarchie, ako jednu z prvých naliehavých úloh, nutne potrebovala nové štátne mapové dielo v zobrazení, ktoré by svojimi vlastnosťami optimálne vyhovovalo tvaru jej územia.

Na vypracovanie nového kartografického zobrazenia Československa bola založená kartografická komisia s členmi: Dr. Beneš, Dr. Fiala, Dr. Kladivo, Ing. Křovák, Dr. Pantoflíček, Ing. Petřík, Dr. Ryšavý, Dr. Semerád, Dr. Šalomon a Dr. Tichý. Stanovili sa nasledovné zásady pre projekciu:

- Projekcia má byť konformná (rovnakouhlová).
- Uhlová deformácia pri trojuholníkoch o stranách menších ako 5 km nemá príliš prekročiť 1''.
- Dĺžkové skreslenie bude pokiaľ možno čo najmenšie. Jeho hodnota nech je asi 1/10 000. Väčšie skreslenie je prípustné len vtedy, keď z toho plynú praktické výhody.
- Nech sa použije, pokiaľ je to možné, jediná súradnicová sústava pre celý štát.
- Pri predložení návrhu o projekcii sa žiada, aby bola skúmaná účelnosť a jednoduchosť vzorcov:
 - a) sprostredkujúci prevod zo zemepisných súradníc na pravouhlé a naopak,
 - b) a vzorce pre dĺžkové a uhlové deformácie.

Predložené vzorce majú vyhovovať v koordinátach asi na 1 mm, v zemepisnej polohe na 1/10 000'' a v smeroch 1/1 000''. Prípadné návrhy mali byť publikované v niektorom časopise. Celkovo boli predložené dva základné návrhy kartografického zobrazenia: návrh Dr. Fialu a návrh plk. Ing. Jozefa Křováka. Dr. Fiala navrhol konformné valcové zobrazenie s hlavnou kružnicou, ktorá prechádzala bodmi A ($\varphi_A = 50^\circ 20'$, $\lambda_A = 30^\circ$) a B ($\varphi_B = 49^\circ$, $\lambda_B = 36^\circ$). Táto kružnica prechádzala stredom Česka a Moravy, ale od územia Slovenska a Podkarpatskej Rusi sa vychýlila smerom juhovýchodným. V dôsledku toho toto navrhované valcové zobrazenie nebolo naj-

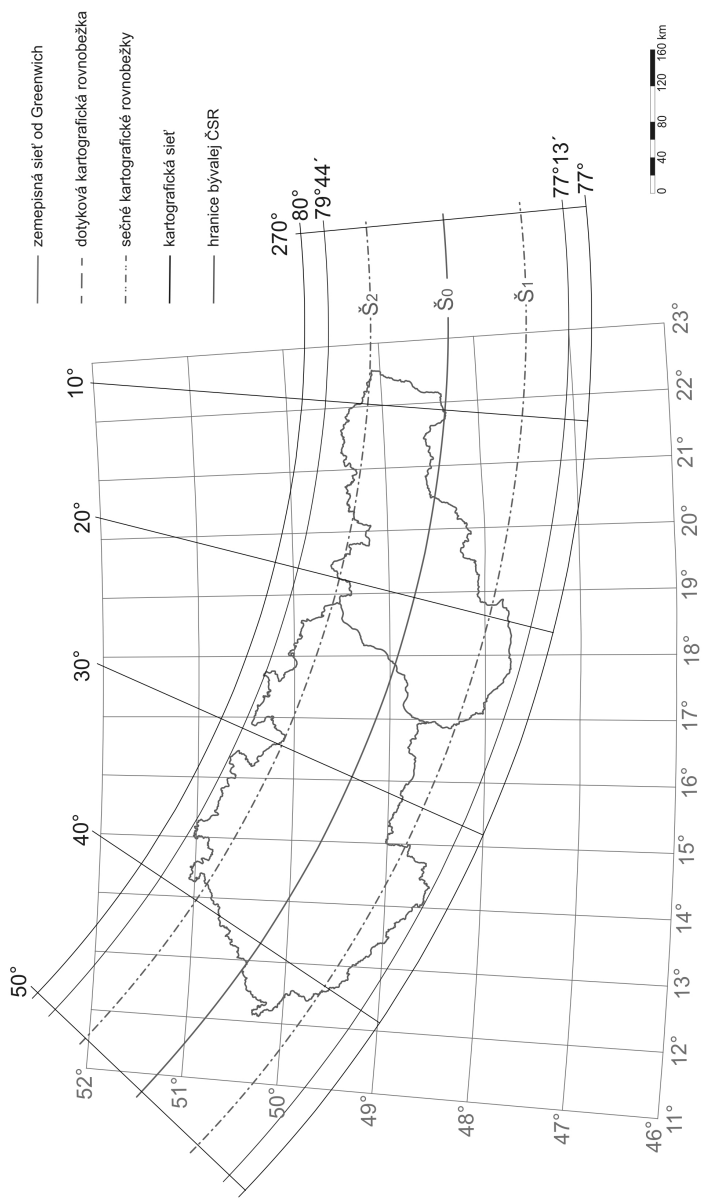
vhodnejšie pre tvar Československého štátu. Vhodnejšia plocha pre tvar štátu je plocha kužeľa (Křovák, 1922).

Ďalším predloženým návrhom bol návrh konformného kužeľového zobrazenia vo všeobecnej polohe, ktoré podal Ing. Jozef Křovák. Tento jeho návrh bol komisiou schválený (<http://krovak.webpark.cz/historie/duvod.htm>). Dvojité konformné kužeľové zobrazenie vo všeobecnej polohe pre bývalé Československo (viď. obr. 1) je zobrazenie Besselovho elipsoidu, ktorý je konformne zobrazený na Gaussovu guľu s polomerom $R = 6\,380\,703,6105$ m. Do roviny je prevod určený kartografickým pólom Q , jeho súradnice sú $U_Q = 59^\circ 42' 42,6969''$, $V_Q = 42^\circ 31' 31,41725''$ (súradnice sú merané východne od poludníka Ferro, ktorý sa nachádza $17^\circ 40'$ západnej dĺžky od Greenwichského poludníka) a sečným kužeľom so základnou rovnobežkou $\delta_0 = 78^\circ 30'$. Za základný poludník bol zvolený zemepisný a súčasne i kartografický poludník (Kovařík, Dvořák, 1964). Začiatok pravouhlej rovinnej súradnicovej sústavy je vo vrchole kužeľa. Súradnice X narastú smerom na juh a súradnice Y smerom na západ. Uvedený súradnicový systém pre územie vtedajšieho Československa tak isto navrhol v r. 1922 Josef Křovák.

Odrhnutím Podkarpatskej Rusi r. 1945 od štátneho územia Československa po druhej svetovej vojne a jeho pričlenení k vtedajšiemu Zväzu sovietskych socialistických republík (SSSR) nastali územné zmeny, čím sa čiastočne zmenil pôvodný tvar Československej republiky z r. 1918. Křovákovo zobrazenie sa však pre jeho vyhovujúce vlastnosti znovu použilo na vytvorenie Základnej mapy Československej republiky v celom mierkovom rade. Mierkový rad bol tak v tomto zobrazení zásadne odlišený od topografických máp v Gaussovo-Krügerovom zobrazení, ktoré boli tajné a ako tajné sa používali na vojenské účely. Toto zobrazenie bolo navrhnuté pre potreby vytvorenia novej a presnejšej trigonometrickej siete bývalého Československa. Je základom pre súradnicový systém jednotnej trigonometrickej siete katastrálnej (S-JTSK). Vzťahy použité pri výpočte Křovákovo zobrazenia sú uvedené na stránke http://krovak.webpark.cz/kartograficke_zaklady/vse.htm.

3 NÁVRH OPTIMALIZOVANÉHO KONFORMNÉHO ZOBRAZENIA PRE ÚZEMIE SR

Ako sme už stručne uviedli, Slovenská republika vznikla 1. januára 1993. Po vzájomnej dohode z 26. augusta 1992 bol stanovený dátum rozpadu federácie na deň 31. decembra 1992. Ku koncu 31. decembra 1992 tak prestal existovať Československý štát a 1. januára 1993 vznikla samostatná Slovenská republika a samostatná Česká republika. Po rozpade Česko-Slovenska sa však aj naďalej na území Slovenskej republiky používa v civilnej sfére Křovákovo dvojité konformné kužeľové zobrazenie, ktoré bolo navrhnuté pre tvar bývalého Československa spolu s územím Podkarpatskej Rusi. Toto zobrazenie napriek tomu, že pre Československú republiku z roku 1918 ako celok spĺňalo všetky požadované kritéria, pre jej jednotlivé územné oblasti, v našom prípade konkrétne pre územie Slovenska, vykazovalo



Obrázok 1 Křivákovo zobrazenie

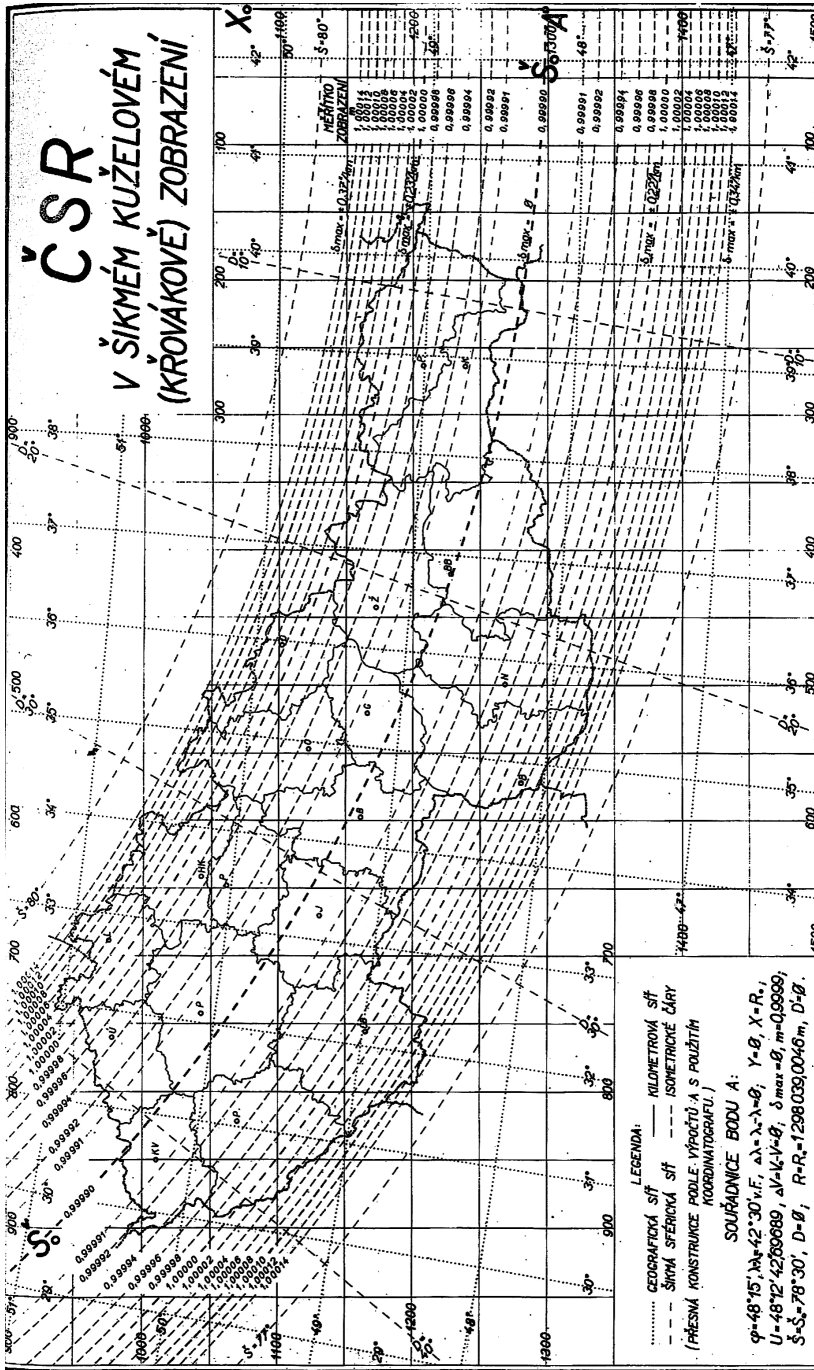
odchýlky. Po oddelení Českej republiky by preto bolo vhodné toto kartografické zobrazenie optimalizovať vzhľadom na tvar samotného územia Slovenska.

Pôvodná základná rovnobežka stanovená pre ČSR z r. 1918 nie je totiž svojím priebehom pre tvar a rozloženie štátneho územia Slovenskej republiky výhodná. Nepretína Slovensko v strede jeho územia a v celej jeho dĺžke. Optimalizácia Křovákovho zobrazenia by preto v najjednoduchšom prípade spočívala v zmene polohy základnej neskreslenej kartografickej rovnobežky prebiehajúcej pozdĺž stredú jeho územia, dôsledkom čoho by sa zmenila aj poloha kartografického pólu. Zmenou základnej rovnobežky by sa docielili menšie deformácie na území Slovenska, pretože by základná rovnobežka svojím priebehom optimálne kopírovala stred jeho územia. Hodnoty deformačných parametrov by potom narastali smerom k južnému a severnému okraju Slovenska.

Najväčšie hodnoty modulu dĺžkového skreslenia doterajšieho Křovákovho zobrazenia sú na juhozápadnom Slovensku, kde modul skreslenia dosahuje hodnotu 1,00010. Ku skresleniu dĺžok nedochádza v oblasti, kde základná rovnobežka pretína naše územie približne od Novej Dubnice cez Banskú Bystricu po Čiernu nad Tisou. Na severe východného Slovenska je modul skreslenia rovný 1,00006 v Křovákovom zobrazení. Na severe Oravy je skreslenie menšie ako na severe východného Slovenska, modul skreslenia dĺžok nadobúda hodnotu 1,00002. Údaje o skreslení boli získané z práce (Böhm, 1951); v článku pozri obr. 2.

Stredná kartografická rovnobežka Křovákovho zobrazenia vstupuje na územie Slovenska medzi Liešňou a Hornou Závrskou. Štátnym územím SR prechádza šikmo popri Trenčianskej Teplej, popri Banskej Bystrici a územie Slovenska prvýkrát opúšťa medzi Tornaľou a Rožňavou. Pri Slovenskom Novom Meste nakrátko pretne najjužnejší cíp východného Slovenska. V ňom prechádza cez Stredú nad Bodrogom, pričom popri Pribeníku a Veľkých Trakanoch približne kopíruje hranicu SR s Maďarskom, ktorú zároveň pri Veľkých Trakanoch opúšťa. Stredná kartografická rovnobežka Křovákovho zobrazenia teda šikmo pretína územie SR v smere od severozápadu na juhovýchod. To však nie je z hľadiska štátneho mapového diela samotného Slovenska optimálne, lebo kartografická rovnobežka pre územie SR by mala prechádzať stredom územia SR od Bratislavy, cez Banskú Bystricu, Prešov, ďalej na východ Slovenska. Obe uvedené kartografické rovnobežky, t.j. pôvodná základná kartografická rovnobežka Křovákovho zobrazenia a uvedená základná rovnobežka pre SR, sa pretínajú v oblasti Banskej Bystrice (Vacula, 1998).

Úlohou je teda nájsť pre nové optimalizované zobrazenie pre SR takú základnú neskreslenú rovnobežku, ktorá by prechádzala stredom Slovenska. K tejto základnej rovnobežke, ako priesečnici roviny s referenčnou guľovou plochou, je potom kartografický pól daný vektorom normály \vec{n} uvedenej roviny, určený pomocou troch bodov, ktoré ležia na nami zvolenej rovnobežke. V práci Martina Vaculu (1998) za tri základné body, ktorými prechádza základná kartografická rovnobežka, boli zvolené už spomenuté mestá: Bratislava ako bod A, Banská Bystrica ako bod B a Prešov ako bod C. Kružnica určená týmito tromi bodmi A, B, C, čo najviac prechádza stredom štátneho územia SR, preto ju môžeme zvoliť za základnú kartografickú rovnobežku, ktorá sa neskresľuje. Na základe zemepisných súradníc týchto



Obrázok 2 Bývalé ČSR v Křovíakovom zobrazení (podľa Böhma, 1951)

troch bodov A, B, C je určený kartografický pól (Vacula, 1998). M. Vacula pritom pre výpočet použil postup odvodený aparátom vektorovej algebry, ktorý bol pre potreby exaktného výpočtu časovej a vektorovej dynamiky georeliéfu odvodený a zovšeobecný v prácach (Krcho, 1965, 1966, 1967).

4 URČENIE KARTOGRAFICKÉHO PÓLU PRE OPTIMALIZOVANÉ ZOBRAZENIE ŠTÁTNEHO ÚZEMIA SR

Všeobecne na základe známych zemepisných súradníc φ, λ troch rôznych bodov A (φ_A, λ_A), B (φ_B, λ_B), C (φ_C, λ_C) vieme v karteziánskej súradnicovej sústave $\langle 0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k} \rangle \equiv \langle 0, X, Y, Z \rangle$ určiť priebeh im odpovedajúcej kartografickej rovnobežky. Ak pritom $\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C$ potom body A, B, C ležia na jednej geografickej rovnobežke, s ktorou je spoločná aj kartografická rovnobežka. Ak však pre zemepisné súradnice $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$ bodov A, B, C platí, že $\varphi_A \neq \varphi_B \neq \varphi_C$, potom tieto body ležia na troch rôznych zemepisných rovnobežkách, avšak zároveň ležia na jednej spoločnej kartografickej rovnobežke. Vektorom normály k rovine, v ktorej leží táto kartografická rovnobežka je potom určený kartografický pól.

Kartografický pól teda určíme na základe zemepisných súradníc troch bodov A, B, C, ktoré ležia na jednej kružnici, ktorá je základnou kartografickou rovnobežkou (Vacula, 1998). Týmito bodmi, v našom prípade sú tú ťažiská miest Bratislava, Banská Bystrica a Prešov so zemepisnými súradnicami: A ($48^\circ 09' 33''$ s.š., $17^\circ 08' 06''$ v.d.), B ($48^\circ 43' 55''$ s.š., $19^\circ 08' 13''$ v.d.), C (49° s.š., $21^\circ 13' 58''$ v.d.).

Karteziánske súradnice X, Y, Z ľubovoľného bodu na referenčnej guľovej ploche sú na základe jeho geografických súradníc φ, λ určené vzťahmi

$$\begin{aligned} X &= R \cdot \cos \varphi \cdot \cos \lambda \\ Y &= R \cdot \cos \varphi \cdot \sin \lambda \\ Z &= R \cdot \sin \varphi \end{aligned} \quad (1)$$

a pre $|R|=1$ vzťahmi

$$\begin{aligned} X &= \cos \varphi \cdot \cos \lambda \\ Y &= \cos \varphi \cdot \sin \lambda \\ Z &= \sin \varphi \end{aligned} \quad (2)$$

Uvedené body A, B, C sú koncovými bodmi vektorov,

$$\begin{aligned} \vec{A} &= \vec{A}_x + \vec{A}_y + \vec{A}_z = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k} \\ \vec{B} &= \vec{B}_x + \vec{B}_y + \vec{B}_z = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k} \\ \vec{C} &= \vec{C}_x + \vec{C}_y + \vec{C}_z = C_x \vec{i} + C_y \vec{j} + C_z \vec{k} \end{aligned} \quad (3)$$

pre ktorých súradnice vzhľadom na (1), (2) platí, že

$$\begin{aligned}\vec{A} &= (A_x \equiv X_A, A_y \equiv Y_A, A_z \equiv Z_A) \\ \vec{B} &= (B_x \equiv X_B, B_y \equiv Y_B, B_z \equiv Z_B) \\ \vec{C} &= (C_x \equiv X_C, C_y \equiv Y_C, C_z \equiv Z_C)\end{aligned}\quad (4)$$

V zmysle vzťahov (1), (2) pre $|R|=1$ platí, že

$$\begin{aligned}A_x &= \cos \varphi_A \cos \lambda_A, A_y = \cos \varphi_A \sin \lambda_A, A_z = \cos \varphi_A \sin \lambda_A \\ B_x &= \cos \varphi_B \cos \lambda_B, B_y = \cos \varphi_B \sin \lambda_B, B_z = \cos \varphi_B \sin \lambda_B \\ C_x &= \cos \varphi_C \cos \lambda_C, C_y = \cos \varphi_C \sin \lambda_C, C_z = \cos \varphi_C \sin \lambda_C\end{aligned}\quad (5)$$

Danými tromi vektormi $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ sú určené dva vektory $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$, $\vec{w} = (w_x, w_y, w_z)$, pre ktorých súradnice (v_x, v_y, v_z) , (w_x, w_y, w_z) platí, že:

$$v_x = C_x - A_x, v_y = C_y - A_y, v_z = C_z - A_z \quad (6)$$

$$w_x = B_x - A_x, w_y = B_y - A_y, w_z = C_z - A_z \quad (7)$$

Vektory \vec{v} , \vec{w} nie sú kolineárne, teda zvierajú uhol $\delta \neq 0^\circ$, ktorého $\cos \delta = \frac{\vec{v} \cdot \vec{w}}{|\vec{v}| \cdot |\vec{w}|}$, pričom ležia v rovine kartografickej rovnobežky, ktorej rovnica vo vektorovom tvare znie:

$$\vec{P} = \vec{A} + u(\vec{C} - \vec{A}) + s(\vec{B} - \vec{A}) \quad (8)$$

kde $\vec{P} = \vec{OP}$ je vektor určujúci ľubovoľný bod $P(X, Y, Z)$ v rovine kartografickej rovnobežky a u, s sú premenné parametre meniace sa v oboroch $(-\infty, +\infty)$. Vektorovým súčinom $\vec{v} \times \vec{w}$ vektorov \vec{v} a \vec{w} je určený vektor normály \vec{n} k rovine rovnobežky, ktorý je kolmý na tieto vektory a zároveň je kolmý na rovinu kartografickej rovnobežky určenej bodmi A, B, C .

Pre vektor normály \vec{n} k rovine rovnobežky teda platí, že:

$$\begin{aligned}\vec{n} = \vec{v} \times \vec{w} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ w_x & w_y & w_z \end{vmatrix} = \\ &= \vec{i}(v_y w_z - v_z w_y) + \vec{j}(v_z w_x - v_x w_z) + \vec{k}(v_x w_y - v_y w_x) = \\ &= \vec{i} \cdot n_x + \vec{j} \cdot n_y + \vec{k} \cdot n_z\end{aligned}\quad (9)$$

Pretože vektor \vec{n} nie z pravidla jednotkovým vektorom, je potrebné určiť jeho jednotkový vektor \vec{n}° , ktorého koncovým bodom je určený kartografický pól Q . Pre tento jednotkový vektor \vec{n}° pritom platí, že:

$$\vec{n}^\circ = \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|} = \left(\frac{n_X}{\sqrt{n_X^2 + n_Y^2 + n_Z^2}}, \frac{n_Y}{\sqrt{n_X^2 + n_Y^2 + n_Z^2}}, \frac{n_Z}{\sqrt{n_X^2 + n_Y^2 + n_Z^2}} \right) = (n_X^\circ, n_Y^\circ, n_Z^\circ) \quad (10)$$

Takže jeho súradnice sú zároveň aj jeho smerovými kosínusmi, to znamená, že:

$$\begin{aligned} n_X^\circ &= \cos \alpha_n = \cos \varphi_Q \cdot \cos \lambda_Q \\ n_Y^\circ &= \cos \beta_n = \cos \varphi_Q \cdot \sin \lambda_Q \\ n_Z^\circ &= \cos \gamma_n = \sin \varphi_Q \end{aligned} \quad (11)$$

Z uvedených vzťahov potom priamo vyplýva poloha kartografického pólu Q (φ_Q, λ_Q). Pre zemepisné súradnice φ_Q, λ_Q kartografického pólu Q platí:

$$\varphi_Q = \arcsin(n_Z^\circ) \quad \text{a} \quad \lambda_Q = \arctg\left(\frac{n_Y^\circ}{n_X^\circ}\right). \quad (12)$$

Keďže v zmysle už uvedeného pre zemepisné šírky $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$ troch bodov A, B, C platí, že $\varphi_A \neq \varphi_B \neq \varphi_C$, kartografický pól, určený pre územie Slovenska ($U_Q = 41^\circ 29', V_Q = 22^\circ 13'$), nie je identický so severným pólom Zeme, ale je voči nemu posunutý. Preto pre toto kartografické kužeľové zobrazenie nie je plášť kužeľa v normálovej polohe, ale je vo všeobecnej (šikmej) polohe. V dôsledku toho je potrebné transformovať zemepisné súradnice φ, λ na kartografické, a to vzhľadom na náš kartografický pól Q (U_Q, V_Q). Najprv však prevedieme zemepisné súradnice φ, λ z elipsoidu na sférické súradnice U, V na guľovej ploche, a tieto následne prevedieme na kartografické súradnice \check{S}, D . Kužeľové konformné zobrazenie vo všeobecnej polohe je dané podmienkou $m_p = m_r$, kde

$$m_p = -\frac{d\rho}{R \cdot d\check{S}} \quad (13)$$

$$m_r = \frac{\rho \cdot d\varepsilon}{r \cdot dD} = \frac{\rho \cdot n \cdot dD}{R \cdot \cos \check{S} \cdot dD} = \frac{n \cdot \rho}{r \cdot \cos \check{S}} \quad (14)$$

Vzhľadom na to, že pre konformné zobrazenie zároveň platí, že dĺžkové skreslenie v poludníkoch sa rovná dĺžkovému skresleniu rovnobežiek, zo vzťahu (13) a (14) dostávame vzťah:

$$-\frac{\rho}{R \cdot d\check{S}} = \frac{n \cdot \rho}{R \cdot \cos \check{S}} \Rightarrow -\frac{d\rho}{\rho} = \frac{n \cdot d\check{S}}{\cos \check{S}} \quad (15)$$

Integrovaním vzťahu (15) v tvare

$$\int_{\rho_0}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho} = -n \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{d\check{S}}{\cos \check{S}} \quad (16)$$

po úprave dostaneme vzťah

$$\ln \rho - \ln \rho_0 = -n \cdot \ln \left[\frac{\operatorname{tg} \left(\frac{\check{S}}{2} + 45^\circ \right)}{\operatorname{tg} \left(\frac{\check{S}_0}{2} + 45^\circ \right)} \right] \quad (17)$$

z ktorého úpravou na tvar

$$\ln \frac{\rho}{\rho_0} = \ln \left[\frac{\operatorname{tg} \left(\frac{\check{S}}{2} + 45^\circ \right)}{\operatorname{tg} \left(\frac{\check{S}_0}{2} + 45^\circ \right)} \right]^{-n} \quad (18)$$

dostaneme vzťah pre sprievodič ρ , kde

$$\rho = \rho_0 \left[\frac{\operatorname{tg} \left(\frac{\check{S}_0}{2} + 45^\circ \right)}{\operatorname{tg} \left(\frac{\check{S}}{2} + 45^\circ \right)} \right]^n \quad (19)$$

V kužeľovom zobrazení pre n a ρ_0 pritom platí, že pre zvolené \check{S}_0 sú konštantami určené vzťahmi:

$$n = \sin \check{S}_0 \quad , \quad \rho_0 = R \cdot \operatorname{ctg} \check{S}_0 \quad (20)$$

Pre navrhované konformné kužeľové zobrazenie Slovenska s kartografickým pólom Q ($U_Q = 41^\circ 29'$, $V_Q = 22^\circ 13'$) na šikmý kužeľ majú rovnice kartografického zobrazenia tvar:

$$X = \rho \cdot \cos \varepsilon \quad , \quad Y = \rho \cdot \sin \varepsilon \quad (21)$$

kde sprievodič ρ je daný vzťahom (19) a $\varepsilon = n \cdot D$.

Pre konformné kužeľové zobrazenie Slovenska v šikmej polohe po úprave dostávame zobrazovacie rovnice v tvare:

$$X = R \cdot ctg \check{S}_0 \left[\frac{tg \left(\frac{\check{S}_0}{2} + 45^\circ \right)}{tg \left(\frac{\check{S}}{2} + 45^\circ \right)} \right]^{\sin \check{S}_0} \cdot \cos(\sin \check{S}_0 \cdot D) \quad (22)$$

$$Y = R \cdot ctg \check{S}_0 \left[\frac{tg \left(\frac{\check{S}_0}{2} + 45^\circ \right)}{tg \left(\frac{\check{S}}{2} + 45^\circ \right)} \right]^{\sin \check{S}_0} \cdot \sin(\sin \check{S}_0 \cdot D)$$

Z uvedených vzťahov (22) sú tak priamym podkladom pre výpočet rovinných súradníc navrhovaného optimalizovaného zobrazenia pre Slovenskú republiku.

5 VLASTNOSTI OPTIMALIZOVANÉHO ZOBRAZENIA PRE SLOVENSKO V POROVNANÍ SO ZOBRAZENÍM PRE ČSR Z R. 1918

Cieľom optimalizovaného Křovákovho zobrazenia pre územie SR je teda, čo najlepšie vystihnúť jeho tvaru s optimalizáciou priestorového rozloženia hodnôt m_p , m_r . Poznamenajme, že ide o konformné zobrazenie Besselovho elipsoidu na guľu, ktorá je konformne zobrazená na plášť kužeľa, pri ktorom sa zachovávajú uhly, takže dochádza len k skresleniu dĺžok a plôch. Pre zobrazenie Besselovho elipsoidu na guľu je dĺžkové skreslenie minimálne v okolí základnej rovnobežky $\varphi_0 = 48^\circ 44'$. U Křováka je táto podmienka splnená v okolí rovnobežky $\varphi_0 = 49^\circ 30'$. Kužeľové zobrazenie je svojimi vlastnosťami všeobecne vhodné pre územia, ktoré majú predĺžený tvar pozdĺž dotykovej rovnobežky, alebo dvoch sečných rovnobežiek. Územím takéhoto tvaru je aj územie Slovenskej republiky. Pre dotykový kužeľ pritom platí, že modul dĺžkového skreslenia m na základnej rovnobežke sa rovná 1. Pri zobrazení na sečný kužeľ, plášť kužeľa pretína guľovú plochu v dvoch neskreslených rovnobežkách, pričom na nich je modul skreslenia $m = 1$ a medzi nimi je hodnota modulu dĺžkového skreslenia $m < 1$.

Pri optimalizovanom zobrazení na dotykový kužeľ bola v zmysle už uvedeného za základnú kartografickú rovnobežku zvolená rovnobežka prechádzajúca tromi mestami SR tak, aby prechádzala stredom jej územia. Jej hodnota je $\check{S}_0 = 82^\circ 27' 48''$. Tento kužeľ bol následne zmenšený o 0,99998. Zmenšený kužeľ pretína guľu v dvoch neskreslených rovnobežkách $\check{S}_1 = 82^\circ 05' 53''$ a $\check{S}_2 = 82^\circ 49' 23''$.

Koeficient skreslenia bol volený v dvoch variantoch. V prvom variante bola jeho hodnota zvolená $k = 0,99998$ tak, aby neskreslené rovnobežky prechádzali celou dĺžkou územia Slovenska (obr. 3). V druhom variante bola hodnota koeficientu zvolená $k = 0,99995$, čím sa dosiahli menšie hodnoty modulu skreslenia na okrajových územiach juhu západného Slovenska a v oblasti Kysúc a Oravy. Pritom sa zmenili hodnoty sečných rovnobežiek na $\check{S}_1 = 81^\circ 52' 58,8''$ a $\check{S}_2 = 83^\circ 01' 44,4''$ (obr. 4). V Křovákovi zobrazení pre územie ČSR z r. 1918 majú neskreslené (sečné) kartografické rovnobežky hodnoty: $\check{S}_1 = 77^\circ 40' 50''$, $\check{S}_2 = 79^\circ 18' 03''$. Základná kartografická rovnobežka má pritom hodnotu $\check{S}_0 = 78^\circ 30'$. J. Křovák vo svojom zobrazení použil znižujúci koeficient 0,9999, pričom volil dve neskreslené kartografické rovnobežky tak, aby prechádzali územím ČSR z r. 1918, t.j. územím ČR, SR a Podkarpatskej Rusi. Ich vzájomná vzdialenosť je preto vzhľadom na tvar samotného územia SR pomerne veľká.

Poznamenajme, že modul dĺžkového skreslenia $m = \frac{dS}{ds}$, kde dS je dĺžkový element v zobrazovacej rovine a ds je jemu odpovedajúci dĺžkový element na referenčnej ploche, je po úprave vyjadrený všeobecne známym vzťahom:

$$m_A^2 = \frac{E}{R^2} \cos^2 A + \frac{F}{R \cdot \cos U} \sin 2A + \frac{G}{R^2 \cdot \cos^2 U} \sin^2 A \quad (23)$$

v ktorom veličina A je azimut a veličiny E, F, G sú Gaussove koeficienty vyjadrené vzťahmi:

$$E = \left(\frac{\partial x}{\partial U} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial U} \right)^2 \quad (24)$$

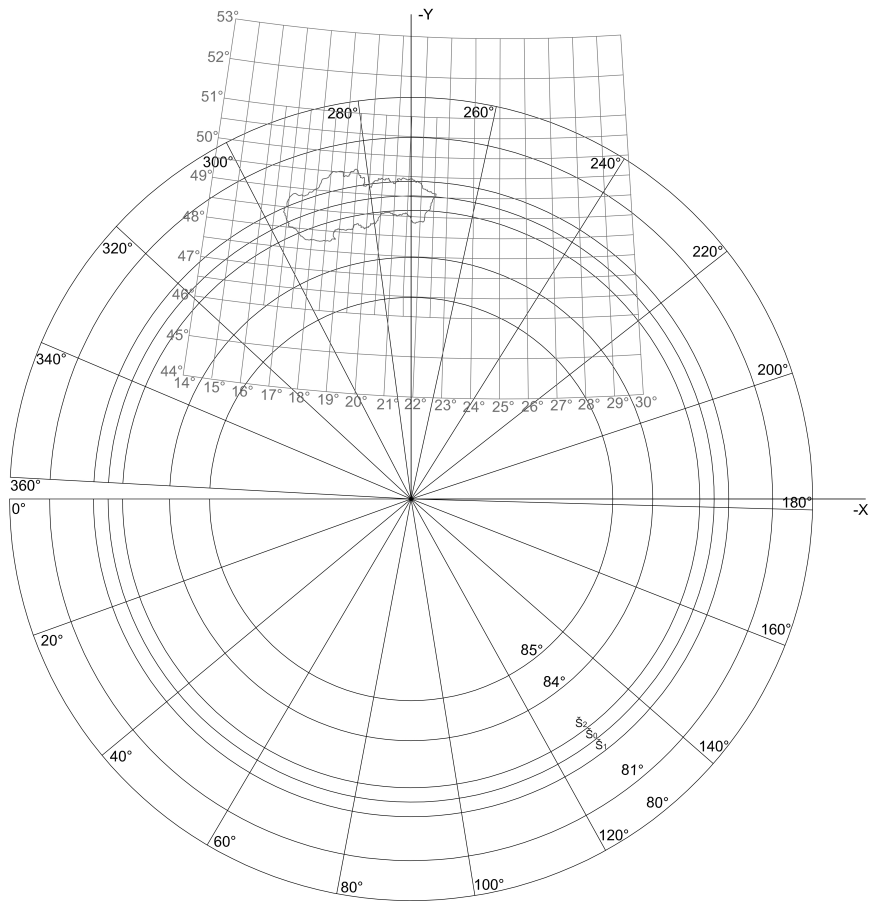
$$F = \frac{\partial x}{\partial U} \cdot \frac{\partial x}{\partial V} + \frac{\partial y}{\partial U} \cdot \frac{\partial y}{\partial V} \quad (25)$$

$$G = \left(\frac{\partial x}{\partial V} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial V} \right)^2 \quad (26)$$

Podrobne sú vzťahy (23) až (26) odvodené napríklad v prácach: Böhm, 1951; Daniš, 1988; Fiala, 1955; Hojovec a kol., 1987; Kuska, 1960; Srnka, 1986.

Zo vzťahu (23) vyplýva, že pre modul dĺžkového skreslenia m_p v smere poludníka (pre azimut $A = 0^\circ$) a m_r v smere rovnobežiek (pre azimut $A = 90^\circ$) nadobúda tvar:

$$m_p = \frac{\sqrt{E}}{R}, \quad m_r = \frac{\sqrt{G}}{R \cdot \cos U} \quad (27)$$



zmenšujúci koeficient $k=0,99998$

$\dot{S}_0 = 82^\circ 27' 48''$

$\dot{S}_1 = 82^\circ 05' 53''$

$\dot{S}_2 = 82^\circ 49' 23''$

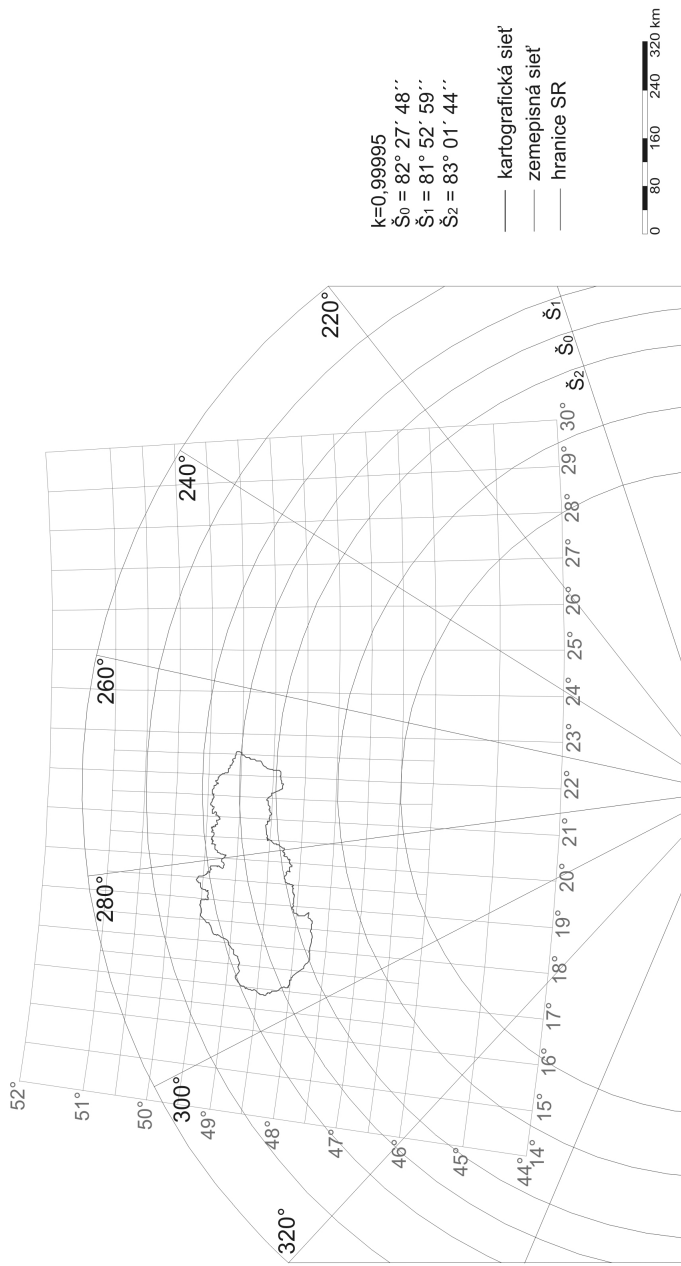
— kartografická sieť

— zemepisná sieť

— hranice SR



Obrázok 3 Optimalizované zobrazenie pre SR 1. variant



Obrázok 4 Optimalizované zobrazenie pre SR 2. variant

Pritom pre konformné zobrazenie pre Gaussov koeficient F platí, že $F = 0$, a zároveň pre m_p , m_r platí, že $m_p = m_r$, t.j.:

$$\frac{\sqrt{E}}{R} = \frac{\sqrt{G}}{R \cdot \cos U} \quad , \quad (28)$$

takže Tissotova indikatrix má v každom bode zobrazovacej plochy tvar kružnice.

Pre modul dĺžkového skreslenia konformného kužeľového zobrazenia taktiež platí aj nasledovný vzťah:

$$m_r = \frac{\sin \check{S}_0 \cdot R \cdot \text{ctg} \check{S}_0}{R \cdot \cos \check{S}_0} \quad (29)$$

(http://krovak.webpark.cz/kartograficke_zaklady/vse.htm), z ktorého pre zvolené \check{S}_0 plynie, že $m_r = 1$.

Uvedené vzťahy pre dĺžkové skreslenie platia pre dotykový kužeľ. Pretože však v našom prípade ide o sečný kužeľ, je potrebné modul dĺžkového skreslenia zobrazenia pre SR redukovať koeficientom 0,99998 pre 1. variant a v 2. variante koeficientom 0,99995. Týmito koeficientmi sú prerátané všetky dĺžkové skreslenia na dotykovom kuželi.

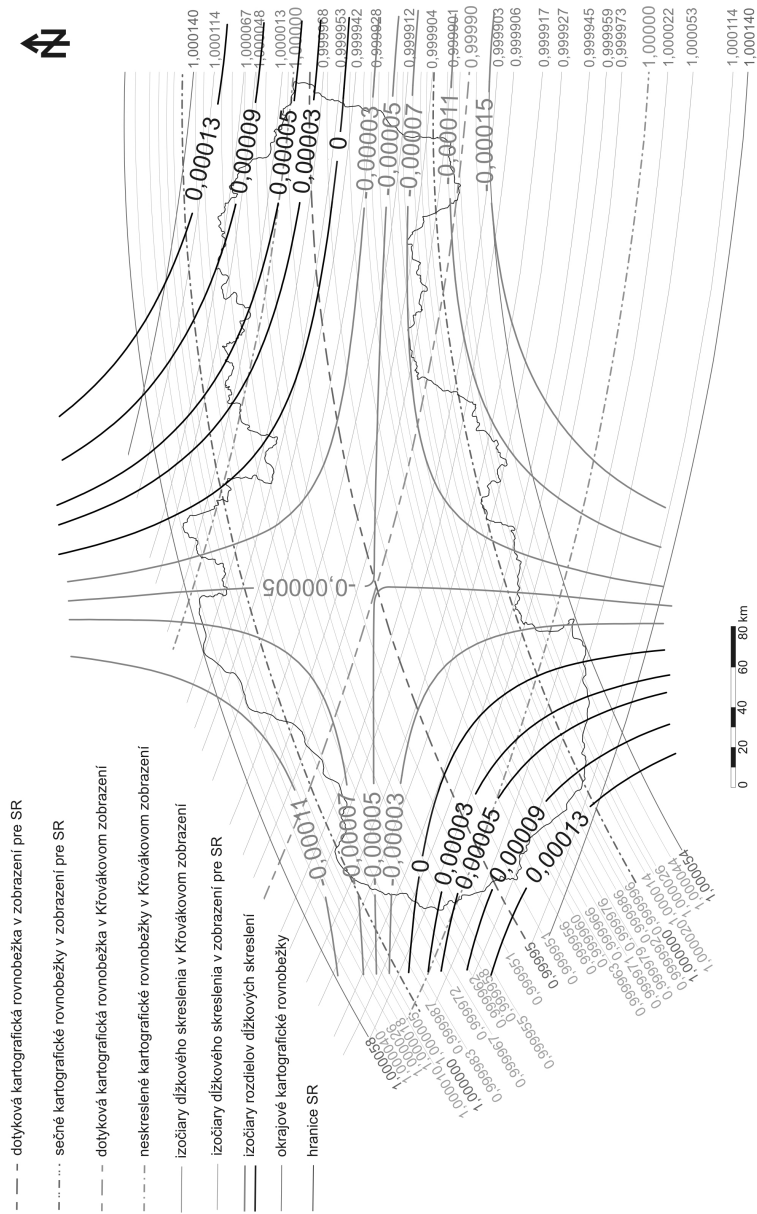
Pre plošné skreslenie m_{pl} platí základný vzťah $m_{pl} = \frac{dP}{dp}$, kde dP je element plochy po zobrazení do zobrazovacej roviny a dp je jemu odpovedajúci element plochy na referenčnom telese (Srňka, 1986). Pri konformnom zobrazení platí, že $m_{pl} = m_p \cdot m_r$, keďže $m_p = m_r$ potom má modul plošného skreslenia v konformnom zobrazení tiež tvar

$$m_{pl} = m_r^2 \quad . \quad (30)$$

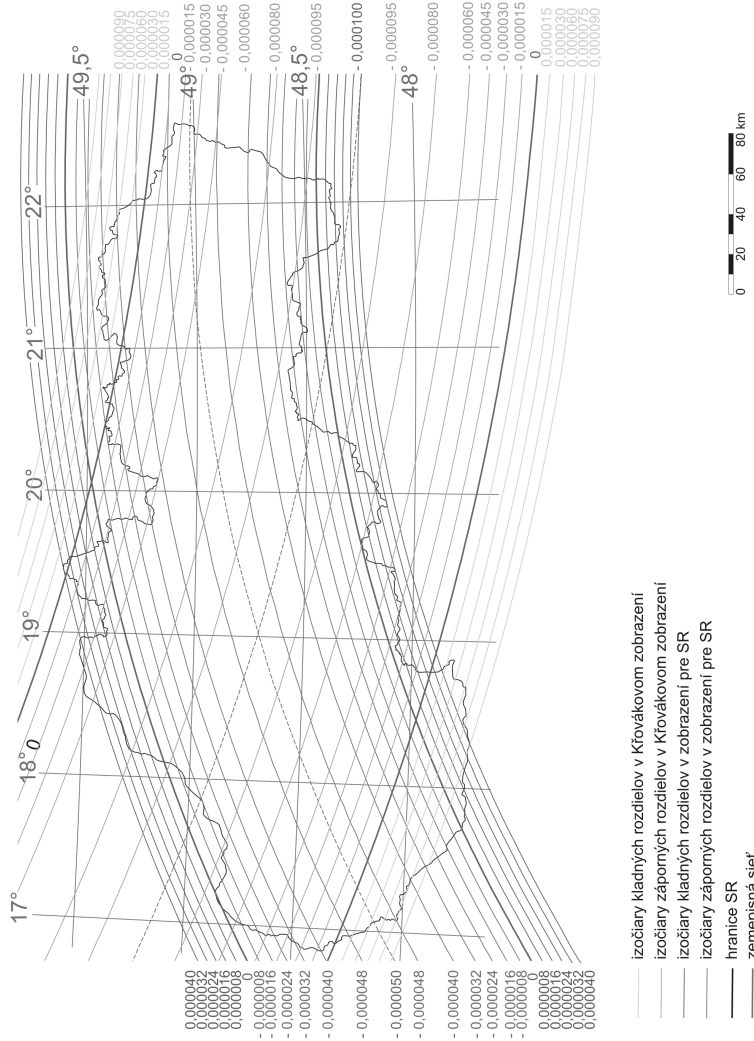
Pri zhodnotení výsledkov sme najpr porovnali priebeh dĺžkového skreslenia Křovákovho zobrazenia pre ČSR z r. 1918 s priebehom dĺžkového skreslenia optimalizovaného zobrazenia pre SR v 1. variante s koeficientom $k = 0,99998$. V optimalizovanom zobrazení pre Slovensko je najväčšie dĺžkové skreslenie na území Kysúc, v oblasti hraníc s ČR (obr. 5), pričom modul skreslenia dosahuje hodnotu $m = 1,000088$, čo je 0,088 m/km. Pritom hodnota modulu dĺžkového skreslenia u Křováka je $m = 0,999968$, pretože toto územie je vo vnútri sečných rovnobežiek, ktoré v Křovákovom zobrazení majú širšie rozpätie, ako je to u optimalizovaného zobrazenia pre SR. Nakoľko Křovákov zobrazenie bolo navrhnuté pre územie ČSR z r. 1918 ako celku (vrátane Podkarpatskej Rusi), jeho sečné rovnobežky prechádzajú tak, aby tento celok vystihli čo najlepšie. V blízkej oblasti Štúrova je hodnota modulu dĺžkového skreslenia zobrazenia pre SR rovná $m = 1,000084$ (1. variant), čo je skreslenie 0,084 m/km, zatiaľ čo v Křovákovom zobrazení je v tomto mieste modul skreslenia približne rovný $m = 1,000053$. V Křovákovom zobrazení je modul dĺžkového skreslenia najväčší na juhu západného Slovenska v okolí Veľkého

Mederu na hranici s Maďarskou republikou, hodnota modulu skreslenia je 1,000114, čo je 0,114 m/km. V optimalizovanom zobrazení (1. variant) je na tomto území skreslenie $m = 1,000026$; čo je 0,026 m/km. V tomto prípade je hodnota modulu dĺžkového skreslenia u optimalizovaného zobrazenia pre Slovensko menšia ako v Křovákovom zobrazení. V oblasti Vysokých Tatier je hodnota modulu dĺžkového skreslenia pre optimalizované zobrazenie rovné 0,999992, v Křovákovom zobrazení je $m = 0,999953$. Hodnoty modulu plošného skreslenia sú vykreslené na obr. 6. Modul plošného skreslenia sa mení na území Slovenska paralelne s hodnotami modulu dĺžkového skreslenia, pretože modul plošného skreslenia v konformnom zobrazení sa počíta podľa vzťahu (30). Ako vidieť na obr. 7, pre sečné rovnobežky $\check{S}_1 = 82^{\circ}05'53''$, $\check{S}_2 = 82^{\circ}49'23''$ (1. variant) optimalizovaného zobrazenia pre Slovensko, hodnoty modulu dĺžkového skreslenia nie sú ešte dostatočne vyhovujúce, preto bolo výhodnejšie posunúť neskreslené kartografické rovnobežky tak, aby aj okrajové územia SR mali čo najmenšie dĺžkové skreslenia (2. variant). Preto sme koeficient skreslenia v druhom variante zvolili $k = 0,99995$. Tým sa hodnoty sečných rovnobežiek zmenili na $\check{S}_1 = 81^{\circ}52'58,8''$ a $\check{S}_2 = 83^{\circ}01'44,4''$. Pre koeficient $k = 0,99995$ v optimalizovanom zobrazení pre SR sú nasledovné hodnoty modulu dĺžkového skreslenia v okrajových častiach Slovenska (viď. obr. 8). Na Kysuciach, kde bola hodnota modulu dĺžkového skreslenia 1,000088 (1. variant) sa s koeficientom $k = 0,99995$ hodnota modulu skreslenia zmenila na 1,000058 (2. variant), t.j. 0,058 m/km, čo je o 0,03 m menej, ako keď bol použitý koeficient $k = 0,99998$. V oblasti Štúrova bola hodnota skreslenia $m = 1,000084$ s koeficientom $k = 0,99998$ (1. variant), s koeficientom $k = 0,99995$ sa hodnota dĺžkového skreslenia zmenila na 1,000054 (2. variant), čo je skreslenie 0,054 m/km. V oblasti Vysokých Tatier je hodnota modulu dĺžkového skreslenia v 2.variante rovná 0,999962. Na obr.7, obr. 9 (mapy izočiar rozdielov dĺžkového skreslenia medzi Křovákovým zobrazením a optimalizovaným zobrazením pre Slovensko v prvom aj druhom variante) možno vidieť vhodnosť druhého variantu z hľadiska menších rozdielov hodnôt modulu dĺžkového skreslenia medzi Křovákovým zobrazením a zobrazením pre Slovensko.

Vo všeobecnosti je pre kartografické zobrazenie štátu vhodné, aby hodnoty modulu dĺžkového skreslenia boli čo najbližšie k hodnote 1 na celom území štátu. Na obr. 10 možno vidieť, aké sú rozdiely modulu skreslenia od hodnoty 1 v Křovákovom zobrazení a optimalizovanom zobrazení pre SR (2. variant). V optimalizovanom zobrazení pre SR je hodnota modulu dĺžkového skreslenia bližšie k jednej, ako je to v Křovákovom zobrazení pre ČSR z r. 1918, pretože v optimalizovanom zobrazení (2. variant) sú sečné kartografické rovnobežky vzájomne vzdialené o $1^{\circ}08'45,6''$. U Křovákovho zobrazenia je vzdialenosť medzi neskreslenými rovnobežkami rovná $1^{\circ}37'13''$.



Obrazok 9 Rozdiely dĺžkového skreslenia medzi Křivákovým zobrazením a optimalizovaným zobrazením pre SR, 2. variant



6 NÁVRH MAPOVÉHO Kladu LISTOV V OPTIMALIZOVANOM ZOBRAZENÍ PRE SLOVENSKO

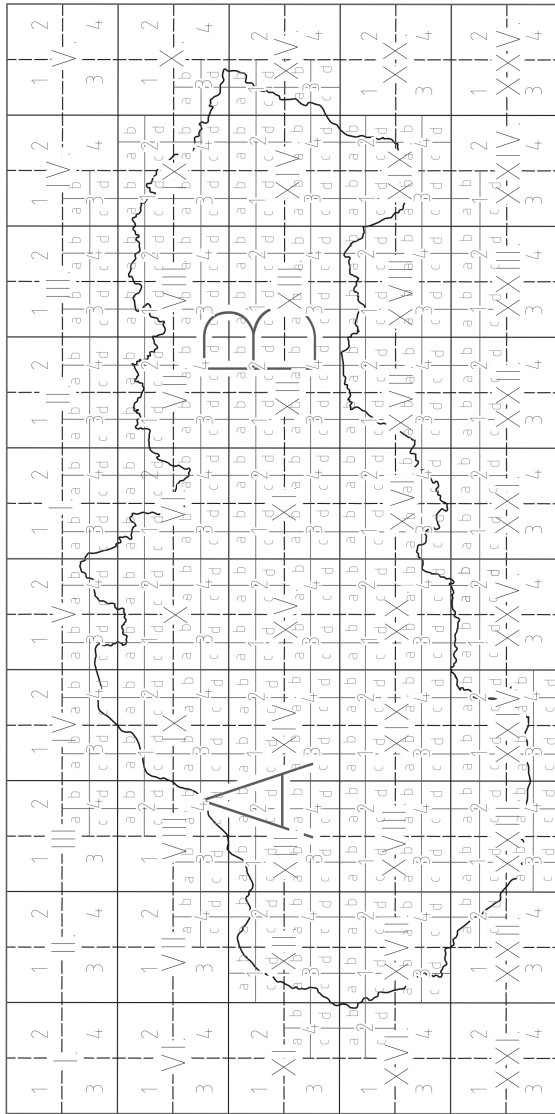
Pre optimalizované Křovákovo zobrazenie pre územie SR sme sa pokúsili navrhnuť aj mapový klad listov. Mapový list je samostatný list mapového diela veľkej alebo strednej mierky z veľkého územia, ktoré nie je možné zobraziť jednou spojitou mapou. Listy mapy sú vymedzené zemepisnými súradnicami a identifikované numerickým alebo alfanumerickým kódom. Klad mapových listov je grafický prehľad, spôsob usporiadania, t.j. rozdelenia, členenia mapového diela alebo viaclistovej mapy na jednotlivé mapové listy (Pravda, 2003).

Východisko pri tvorbe prvého návrhu vlastného kladu listov optimalizovaného kartografického zobrazenia pre územie SR bola štvorcová sieť rovinných súradníc X , Y tak, aby súradnice X , Y v mape nadobúdali iba kladné hodnoty. Veľkosť mapového listu 1 : 500 000 (variant 1) sa odvíja od veľkosti zobrazovaného územia, má tvar štvorca a je vyčlenený pre územie veľkosti 250 x 250 km. Mapový list mierky 1 : 100 000 znázorňuje územie veľkosti 50 x 50 km, na mapovom liste mierky 1 : 50 000 je znázornené územie 25 x 25 km a pre mapový list 1 : 25 000 je územie veľké 12,5 x 12,5 km (variant 2). Mapový list mierky 1 : 20 000 bol odvodený z mapového listu mierky 1 : 50 000, ktorý bol delený na štyri časti (variant 1). Mapový list mierky 1 : 10 000 bol odvodený pre variant 1 z mapového listu mierky 1 : 20 000 delením na štyri časti a pre variant 2 z mapového listu mierky 1 : 25 000. Označenie mapových listov (nomenklatúra):

- mapový list mierky 1 : 500 000: veľké písmeno abecedy (A, B)
- mapový list mierky 1 : 100 000: rímske číslice (A-I, II, ...XXV, B-I, II, ...XXV)
- mapový list mierky 1 : 50 000: arabské číslice (A-I-1, ...4, B-I-1, ...4, A-II-1, ...4, B-II-1, ...4, a pod.)
- mapový list mierky 1 : 25 000: malé písmená abecedy (A-I-1-a, b, c, d, B-I-1-a, b, c, d, A-II-1-a, b, c, d, B-II-1-a, b, c, d, a pod.)
- mapový list mierky 1 : 20 000: podobné označenie ako mapový list 1 : 25 000
- mapový list mierky 1 : 10 000: arabské číslice (A-I-1-a-1, ...4, A-II-1-a-1, ...4, B-I-1-a-1, ...4, B-II-1-a-1, ...4, a pod.)

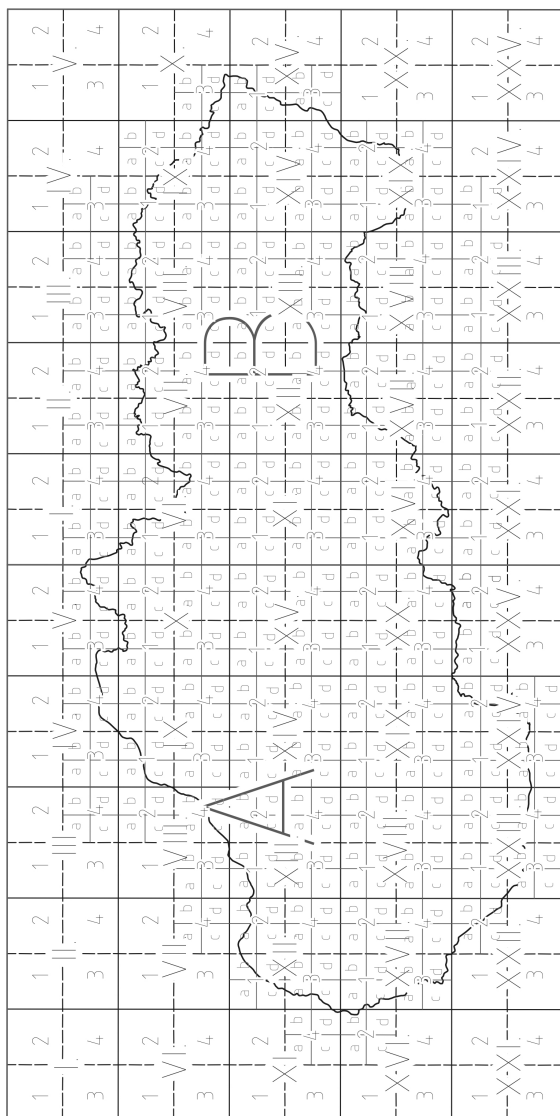
Označovanie listov sa začína od ľavého horného rohu a pokračuje sa v smere k pravému hornému rohu (zľava do prava, vid' obr.11, obr.12).

Výhodou prvého kladu listov (variant 1 a variant 2) je, že mapové listy majú tvar štvorca. Keďže tieto mapové listy sú odvodené od súradnicovej sústavy X , Y , vieme na základe toho jednoznačne určiť polohu vrcholov daného mapového listu v rovinnnej súradnicovej sústave X , Y . Nevýhodou ale je, že nevieme priamo určiť polohu rohových bodov mapového listu v zemepisnej súradnicovej sústave. Kvôli tejto nevýhode bol navrhnutý aj klad listov, ktorý sa odvíja od zemepisnej siete. Jeho výhodou je, že vieme priamo určiť polohu rohových bodov v zemepisnej súradnicovej sústave, z ktorej vypočítame rovinné súradnice X , Y . Ľavý horný roh mapového listu mierky 1 : 500 000 (označenie A) má zemepisné súradnice 50° , $16^{\circ}45'$ a dolný pravý roh má súradnice $47^{\circ}30'$, $19^{\circ}15'$. Mapový list B mierky 1 : 500 000



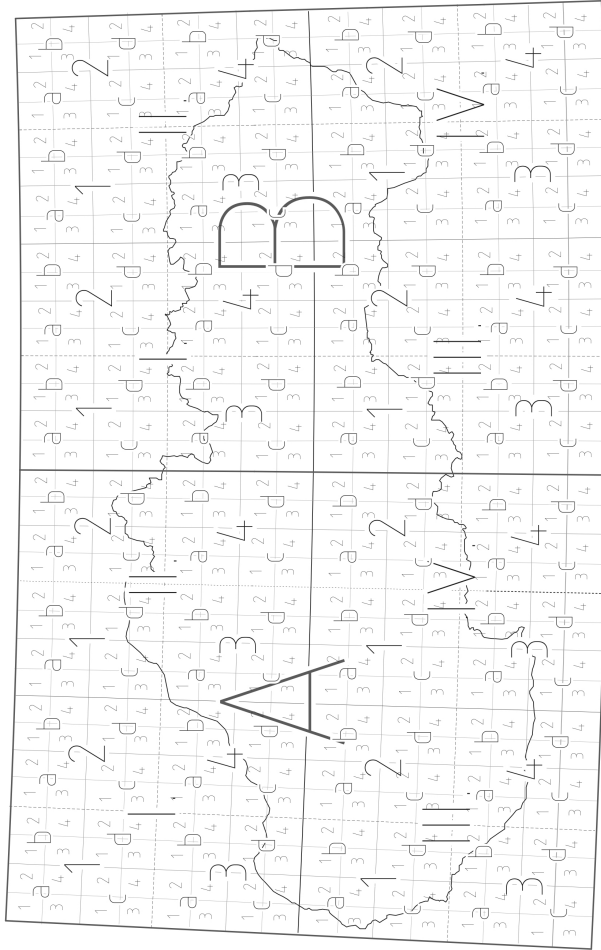
- hranice SR
- klad listov 1 : 20 000
- klad listov 1 : 50 000
- klad listov 1 : 100 000
- klad listov 1 : 500 000

Obrazok 11 Klad listov variant 1



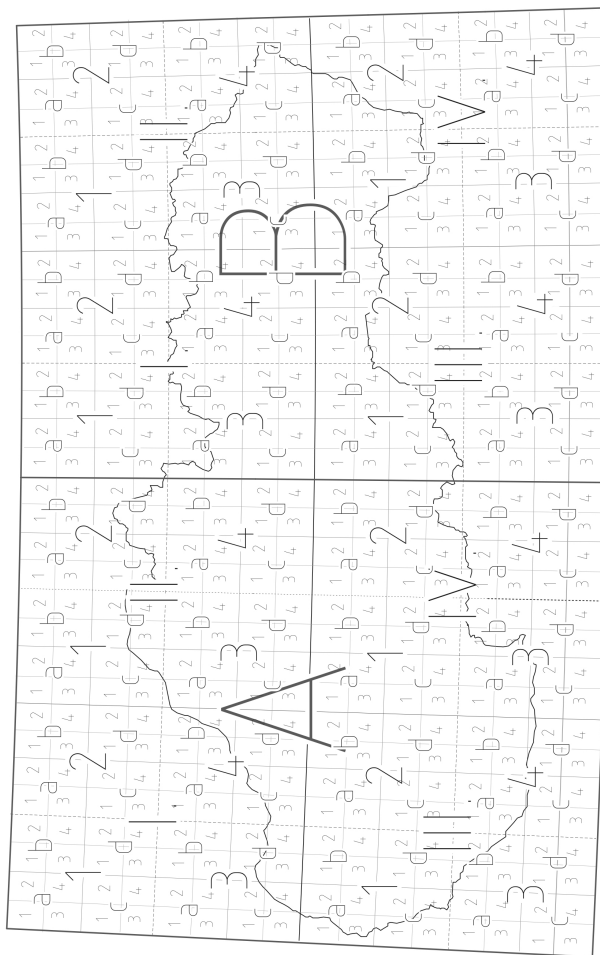
- hranice SR
- klad listov 1 : 25 000
- - - klad listov 1 : 50 000
- klad listov 1 : 100 000
- klad listov 1 : 500 000

Obrázok 12 Klad listov variant 2



— hranice SR
 — klad listov 1 : 10 000
 - - - klad listov 1 : 50 000
 — klad listov 1 : 100 000
 - - - klad listov 1 : 500 000

Obrázok 13 Klad listov variant 3



- hranice SR
- klad listov 1 : 10 000
- klad listov 1 : 25 000
- klad listov 1 : 50 000
- klad listov 1 : 100 000
- klad listov 1 : 500 000

Obrázok 14 Klad listov variant 4

má zemepisné súradnice ľavého horného bodu $50^{\circ}, 19^{\circ}45'$ a dolného pravého rohu $47^{\circ}30', 22^{\circ}45'$. Mapový list mierky $1 : 100\ 000$ vznikne rozdelením mapového listu $1 : 500\ 000$ na štyri časti, ktorý ďalej delíme na štyri časti, čím vznikne mapový list mierky $1 : 20\ 000$ (variant 3), vid'. obr.13 (resp. mapový list mierky $1 : 25\ 000$ – variant 4, obr.14). Delením tohto mapového listu dostaneme mapový list mierky $1 : 10\ 000$. Označenie mapových listov odvodených zo zemepisnej siete je rovnaké ako pri prvom návrhu.

7 ZÁVER

Cieľom práce bolo v nadväznosti na Křovákovo zobrazenie navrhnuť optimalizované zobrazenie pre tvar územia Slovenska a charakterizovať jeho vlastnosti v porovnaní s Křovákovým zobrazením. Křovákovo zobrazenie je dvojité konformné kužeľové zobrazenie na sečný kužeľ. V súčasnosti sa Křovákovo konformné kužeľové zobrazenie navrhnuté pre ČSR z r. 1918 na Slovensku naďalej používa v civilnej sfére. Keďže toto kartografické dielo bolo navrhnuté pre územie celej ČSR z r. 1918, teda aj vrátane Podkarpatskej Rusi, pokúsili sme sa ho optimalizovať pre samotný tvar územia Slovenska.

V tomto článku je teda načrtnutý návrh optimalizovaného zobrazenia pre Slovensko s novým kartografickým pólom a s novými neskreslenými kartografickými rovnobežkami, pričom sa vychádza práve z Křovákovho zobrazenia. Optimalizované zobrazenie je konformné kužeľové zobrazenie na sečný kužeľ vo všeobecnej polohe s kartografickým pólom Q ($U_Q = 41^{\circ}29', V_Q = 22^{\circ}13'$). Za základnú kartografickú rovnobežku bola zvolená rovnobežka $S_0 = 82^{\circ}27'48''$, ktorá bola určená pomocou troch bodov A, B, C , tak aby prechádzala čo najviac pozdĺž stredy územia SR. Pre navrhované optimalizované konformné kužeľové zobrazenie pre Slovensko boli zároveň vypočítané hodnoty modulu dĺžkového a plošného skreslenia, ktoré boli porovnané s hodnotami skreslení Křovákovho konformného kužeľového zobrazenia pre bývalú ČSR z r. 1918. Tieto dĺžkové a rovnako i plošné skreslenia boli vyhodnocované jednak pre sečný kužeľ s neskreslenými kartografickými rovnobežkami $S_1 = 82^{\circ}05'53'', S_2 = 82^{\circ}49'23''$, ako aj pre sečný kužeľ so sečnými rovnobežkami $S_1 = 81^{\circ}52'58,8'', S_2 = 83^{\circ}01'44,4''$ optimalizovaného zobrazenia pre Slovensko. Sečný kužeľ bol vypočítaný najprv so skresľujúcim koeficientom $k = 0,99998$ (1. variant) a následne s koeficientom $k = 0,99995$ (2. variant), pre dosiahnutie čo najmenších skreslení na území celého Slovenska, a zároveň aby sa hodnota skreslenia blížila k jednej na celom území štátu. V Křovákovom zobrazení koeficient k je rovný $0,9999$. Pre optimalizované zobrazenie je hodnota k bližšia k jednej ako je to u Křovákovho zobrazenia. Pre navrhované optimalizované zobrazenie bol vypracovaný taktiež i návrh usporiadania mapových listov pre mierky $1 : 500\ 000, 1 : 100\ 000, 1 : 50\ 000, 1 : 25\ 000, 1 : 20\ 000, 1 : 10\ 000$ odvodený zo zemepisnej siete a siete rovinných súradníc X, Y .

Literatúra

- BÖHM, J. 1951. *Matematická kartografie*. Brno: Nákladem rektorátu Benešovy techniky, 1951. 140 s.
- DANIŠ, M. 1988. *Matematická kartografia*. Bratislava: Slovenská vysoká škola technická, 1988. 294s.
- FIALA, František. 1921. *Volba zobrazení pro stát československý s úvodem do kartografie*. Praha: Česká matice technická, 1921, 108 s.
- FIALA, František. 1955. *Matematická kartografie*. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1955. 290 s.
- HOJOVEC, V., DANIŠ, M., HÁJEK, M., VEVERKA, B. 1987. *Kartografie*. Praha: Geodetický a kartografický podnik v Praze, 1987. 662 s.
- KOVAŘÍK, J., DVOŘÁK, K. 1964. *Kartografie*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1964. 384 s.
- KRCHO, J. 1965. Oslnenie reliéfu v ľubovoľnom uhle a čase a jeho znázornenia do máp pomocou izalumklín. In: *Geografický časopis*, roč.17, 1965, č.1. 19-40 s.
- KRCHO, J. 1966. Numerické vyjadrenie bodov na reliéfe tvoriacich izalumklíny pomocou stabelovaných hodnôt sklonu a orientácie reliéfu. In: *Geografický časopis*, roč.18, 1966, č.3. 234-251 s.
- KRCHO, J. 1967. Zovšeobecnenie rovnice izalumklín na topografickej ploche a v jej skalárnom poli. In: *Geografický časopis*, roč.19, 1967, č.2. 107-129 s.
- KŘOVÁK, J. 1922. Práce původní. In: *Zprávy veřejné služby technické*, 1.7. 1922, č.13. Praha: Ministerstvo veřejných prací za součinností ministerstva železnic a technických odborů ministerstev Československé republiky. 394, 399 – 402 s.
- KUCHAŘ, K. 1958. *Naše mapy odedávna do dneška*. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1958. 132 s.
- KUSKA, F. 1960. *Matematická kartografia*. Bratislava: Slovenské vydavateľstvo technickej literatúry, 1960. 475 s.
- KUŤKOVÁ, M. 2009. *Návrh optimalizovaného zobrazenia pre Slovensko*, diplomová práca. Bratislava: Prírodovedecká fakulta UK, 2009.
- PRAVDA, J. 2003. *Stručný lexikón kartografie*. Bratislava: SAV, 2003. 326 s.
- PRIKRYL, E. V. 1982. *Slovensko na starých mapách*. Martin: Vydavateľstvo Osveta, 1982. 184 s.
- SRNKA, E. 1986. *Matematická kartografie*. Brno: Vojenská akademie Antonína Zápotockého, 1986. 297 s.
- VACULA, M. 1998. Určenie polohy kartografického pólu pomocou vektorového súčinnu dvoch vektorov. In: *Kartografické listy*, 1998, č. 6. 45 – 52 s.
- VAJSÁBLOVÁ, M. 2009. Výpočet parametrov kužeľového zobrazenia elipsoidu pre územie SR. In: *Geodetický a kartografický obzor*, roč. 55/97, 2009, č. 9, 193-197 s.
<http://krovak.webpark.cz/historie/duvod.htm>
http://krovak.webpark.cz/kartograficke_zaklady/vse.htm

The proposal of cartographic map projection optimization for Slovakia

Summary

The Krovak conformal conical projection of the Czechoslovakia is still in use in civil sphere even after establishment independent Slovakia (1st January 1993). The Krovak projection is double conformal conical projection on the secant cone. But since this work was projected for the common area of the Czech Republic, the Slovak Republic and the Carpathian Ruthenia, it would be appropriate to optimize it just for the area of Slovakia. In this work there is a suggestion of such a carto-

graphic mapping optimized for the territory of Slovakia, following the Krovak's work which was then improved with the new cartographic pole and new standard cartographic parallels. Optimized image is the conformal conical projection on the secant cone in common state with the cartographic pole Q ($U_Q = 41^\circ 29'$, $V_Q = 22^\circ 13'$). As main cartographic parallel was chosen the parallel $\dot{S}_0 = 82^\circ 27' 48''$, as a result of vector product. For the suggested conformal conical projection of Slovakia it was needed to calculate the values of distortion of distance and distortion of area. These values were compared with the values of Krovak conformal conical projection of former Czechoslovakia and were interpreted for the cone of standard cartographic parallels $\dot{S}_1 = 82^\circ 05' 53''$, $\dot{S}_2 = 82^\circ 49' 23''$, as well as for the cone with the parallels $\dot{S}_1 = 81^\circ 52' 58,8''$, $\dot{S}_2 = 83^\circ 01' 44,4''$ optimized for Slovakia. This cone was firstly calculated with the scale factor $k = 0,99998$ and then with the coefficient $k = 0,99995$, to achieve the smallest possible distortion for the area. In Krovak's work the value of this k coefficient is $0,9999$. For optimized display there was also developed a suggestion of arrangement of the map lists with the scale factor $1 : 500\ 000$, $1 : 100\ 000$, $1 : 50\ 000$, $1 : 25\ 000$, $1 : 20\ 000$, $1 : 10\ 000$ which were derived from geographic network. The main aim of this work was to develop a suggestion of the cartographic display for Slovakia and to characterize its features.

Fig. 1 Krovak projection

Fig. 2 Former Czechoslovakia in Krovak projection

Fig. 3 Optimized projection for Slovakia: Option 1

Fig. 4 Optimized projection for Slovakia: Option 2

Fig. 5 Distortion of distances in optimized projection for Slovakia: Option 1

Fig. 6 Distortion of area in optimized projection for Slovakia: Option 1

Fig. 7 Differences of distortion of distances between original Krovak projection and optimized projection for Slovakia: Option 1

Fig. 8 Differences of distortion of distances between original Krovak projection and optimized projection for Slovakia: Option 2

Fig. 9 Differences in values of distances distortion from "1" value in original Krovak projection and optimized projection for Slovak republic

Fig. 10 Distortion of distances in optimized projection for Slovakia: Option 2

Fig. 11 Sequence of map sheets: Option 1

Fig. 12 Sequence of map sheets: Option 2

Fig. 13 Sequence of map sheets: Option 3

Fig. 14 Sequence of map sheets: Option 4