

QUO VADIS KVANTITATÍVNA GEOGRAFIA?

Úvahy o súčasnom smerovaní kvantitatívnej geografie

Anton Bezák

Univerzita Komenského v Bratislave, Prírodovedecká fakulta, Katedra regionálnej geografie, ochrany a plánovania krajiny, Mlynská dolina, 842 15 Bratislava

Abstract: This paper provides a concise and selective review of recent developments in quantitative geography. It is written for non-quantitative Slovak geographers with the limited mathematical background and rather antiquated view of quantitative geography. The aim is to review the most important approaches to quantitative analysis of spatial data with the specific focus on issues such as exploratory analysis, local dependence and relationships, local modelling, geocomputation and visualisation. The nature of each approach is explained and some empirical examples of the application of quantitative analysis are also mentioned.

Key words: quantitative geography, current trends, exploratory data analysis, local dependence and relationships, local modelling, geocomputation, visualisation

1. ÚVOD

Kvantitatívna geografia vznikla na rozhraní 50. a 60. rokov minulého storočia ako produkt hlbokých zmien, ktoré sa v tej dobe odohrali v anglo-americkej geografii. Boli to zmeny revolučného charakteru, pretože viedli k zásadnej premene celkovej koncepcie a metodológie geografie. Ich podstatou bolo odmietnutie dovtedy dominujúcej idiograficko-chorologickej koncepcie A. Hettera a R. Hartshorna, podľa ktorej sa geografické bádanie malo sústreďovať na štúdium individuality, unikátnosti, syntetického charakteru a vzájomnej odlišnosti regiónov, pričom forma, ktorou sa tento cieľ mal dosiahnuť, mala byť najmä deskripcia. Ostrý nesúhlas s idiograficko-chorologickou koncepciou a nespokojnosť s vedeckým stavom geografie vyvolali v anglo-americkej geografii určitú revoltu, ktorej dôsledkom bol vznik teoretickej a kvantitatívnej geografie. Obe tieto disciplíny povýšili na hlavný cieľ geografie nomotetické bádanie, t.j. hľadanie pravidielností, formuláciu zákonov a budovanie teórií, spojené s rozsiahlym využívaním kvantitatívnych metód (cf. Paulov 2006).

Teoretická a kvantitatívna geografia sa v začiatkovej fáze rozvoja chápali ako jedna disciplína, neskorším vývojom však každá z nich získala vlastnú identitu. Kvantitatívna geografia prešla počas svojej polstoročnej existencie mnohými vývojovými fázami, ktoré pokrývali obdobia búrlivého rozvoja, stagnácie, kritického odmietania a opätovnej renesancie. V súčasnosti dosiahla stav zrelosti, v ktorom už nie je pasívnym užívateľom metód importovaných z iných disciplín, ale naopak aktívnym tvorcom a exportérom nových ideí a koncepcií týkajúcich sa analýzy *priestorových* dát. Pred kvantitatívnou geografiou sa tak otvára nová éra intenzívneho záujmu o rozvoj špecializovaných *priestorových* metód a modelov, ktoré môžu prispieť k hlbšiemu poznaniu priestorových štruktúr a procesov.

Cieľom nášho príspevku je poskytnúť veľmi stručný a selektívny prehľad súčasných trendov v tejto veľmi sľubne sa rozvíjajúcej oblasti geografickej metodológie. Príspevok má v podstate deskriptívny a referatívny charakter. Opiera sa o niekoľko prehľadových prác zo zahraničnej literatúry a jeho hlavným poslaním je upriamiť pozornosť slovenských geografov na nové prístupy a metódy kvantitatívnej geografie. V dôsledku profesionálnej orientácie autora sa v príspevku kladie dôraz na aplikácie kvantitatívnych metód v humánnej a regionálnej geografii.

2. ČO JE KVANTITATÍVNA GEOGRAFIA?

Kvantitatívnu geografiu môžeme definovať ako časť geografie zaoberajúcu sa hľadáním, rozvíjaním a využívaním kvantitatívnych metód vhodných na analýzu numerických priestorových dát. Pod kvantitatívnymi metódami v širokom zmysle slova rozumieme všetky matematické a štatistické metódy. Presnejšie sa *kvantitatívne metódy* definujú ako metódy na analýzu numerických dát. Takéto spresnenie si vynucuje aj skutočnosť, že mnohé dáta *generované* rýdzo kvalitatívnymi postupmi, ako sú napríklad rozhovor, dotazník alebo tzv. participatívne pozorovanie, je možné transformovať na numerický (číselný) formát a *analyzovať* špeciálnymi matematickými alebo štatistickými metódami (Kitchin a Tate 2000, pp. 253-269).

Metódy, s ktorými narába kvantitatívna geografia, sa od metód rozvíjaných v iných disciplínach (ako sú napríklad ekonometria alebo matematická sociológia) odlišujú v tom, že sú explicitne zacielené na analýzu numerických *priestorových* dát. Priestorové dáta vznikajú pozorovaním určitých objektov alebo javov, ktoré majú priestorovú referenciu (Fotheringham et al. 2000, p. 15). Táto referencia môže byť explicitná (napríklad prostredníctvom adresy alebo súradníc vo zvolenej súradnicovej sústave) alebo implicitná (napríklad prostredníctvom pixla na satelitnej snímke). V priestorových dátach sa teda kombinuje *atribútová* (vecná) a *polohová* informácia.

Priestorové dáta majú niektoré osobitné vlastnosti, ktoré silne obmedzujú alebo dokonca úplne znemožňujú aplikáciu štandardných kvantitatívnych (napr. štatistických) metód alebo metód prevzatých z príbuzných disciplín. Základnou vlastnosťou priestorových dát je, že susedné pozorovania spravidla nie sú nezávislé. To znamená, že hodnoty nejakej premennej pozorované v určitom mieste zvyčajne závisia od hodnôt tej istej premennej pozorovaných v susedných miestach. Takáto závislosť sa nazýva *priestorová autokorelácia* (Odland 1988). V priestorových dátach sa veľmi často vyskytuje *pozitívna priestorová autokorelácia*. V tomto prípade sa vysoké hodnoty premennej

zhlukujú v blízkosti iných vysokých hodnôt a nízke hodnoty vedľa iných nízkych hodnôt. Ak sú priestorové dáta rozložené tak, že vysoké a nízke hodnoty sa lokalizujú vo vzájomnej blízkosti, hovoríme o *negatívnej priestorovej autokorelácii*. Podľa rôzneho spôsobu chápania susedstva sa dajú definovať aj všeobecnejšie a komplikovanejšie formy priestorovej autokorelácie.

Výskyt priestorovej autokorelácie v dátach spôsobuje vážne porušenie predpokladu o vzájomnej nezávislosti pozorovaní v mnohých štandardných parametrických metódach matematickej štatistiky, vrátane klasického regresného modelu. Kvantitatívna geografia v súčasnosti disponuje nielen značným množstvom indikátorov a testov priestorovej autokorelácie v primárnych dátach alebo rezíduách z regresného modelu, ale aj osobitnou skupinou prístupov umožňujúcich zaviesť koncept priestorovej autokorelácie do viacerých štatistických procedúr (Haining 2003).

Explicitný dôraz na priestorovú referenciu dát analyzovaných kvantitatívnu geografiou sa odráža aj v názve *priestorová analýza*, ktorý sa niekedy používa ako synonymum názvu kvantitatívna geografia. Takýto terminologický úzus je však nepresný a zavádzajúci z dvoch dôvodov. Po prvé preto, že termín priestorová analýza slúži predovšetkým na označenie určitého bádateľského smeru, ktorý chápe humánnu geografiu ako *priestorovú vedu*, t. j. vedu o priestorovej organizácii spoločnosti. Takto definovaná humánnu geografia sa sústreďuje na úlohu priestoru ako fundamentálneho činiteľa, ktorý ovplyvňuje nielen územné usporiadanie spoločnosti, ale aj činnosť a správanie jej jednotlivých členov. Skutočnosť, že metodologickú bázu priestorovej analýzy tvoria predovšetkým kvantitatívne metódy, nemôže byť preto dôvodom na stotožnenie významu oboch termínov. Druhým zdrojom nepresnosti je odlišné používanie termínu „priestorová analýza“ v rámci (najmä komerčných) geografických informačných systémov, kde sa týmto názvom označuje niekoľko jednoduchých procedúr na manipuláciu dát, ktoré však tvoria iba malú časť z toho, čo predstavuje metodologický arzenál súčasnej kvantitatívnej geografie.

Rozvoj kvantitatívnej geografie prebiehal od jej vzniku v dvoch hlavných smeroch. Prvý smer reprezentuje *štatistická analýza* priestorových dát, ktorá sa uplatňuje pri opise dát, testovaní hypotéz a skúmaní štatistických závislostí. Druhý smer súvisí s budovaním *matematických modelov* priestorových štruktúr a procesov na základe apriórnych abstraktných predpokladov. Analýza bodových rozložení a rôzne miery priestorovej závislosti môžu slúžiť ako príklady štatistickej analýzy a modely priestorovej interakcie ako názorná ilustrácia matematického modelovania. Ďalšie príklady kvantitatívnych metód z doterajšieho vývoja oboch oblastí kvantitatívnej geografie uvádza vo svojom príspevku J. Paulov (2000). Ako upozorňujú viacerí autori (napr. Wilson 2000, p. 25), v poslednom období sa rozdiely medzi štatistickým a matematickým prístupom postupne stierajú. Štatistická analýza často potrebuje určité teoretické hypotézy pri výbere a kategorizácii premenných, zatiaľ čo matematické modelovanie sa musí opierať o štatistické testy zhody a kalibračné procedúry.

Keďže sféra matematického modelovania je veľmi rozsiahla a zároveň vnútorne mimoriadne diferencovaná, je takmer nemožné poskytnúť prehľad súčasných trendov budovania matematických modelov v rámci jednej štúdie s obmedzeným rozsahom. Z tohto dôvodu sa v našom príspevku sústreďíme takmer výlučne na problémy štatistickej analýzy priestorových dát a problematiku matematického modelovania si všimneme iba marginálne.

3. VÝZNAM KVANTITATÍVNEJ GEOGRAFIE

V súvislosti s diskusiami o podstate geografie, jej filozofických základoch a bádateľských cieľoch sa často vynára otázka, čím prispieva (alebo môže prispieť) kvantitatívna geografia k rozšíreniu a prehĺbeniu geografického poznania. Britský geograf A. S. Fotheringham (2006), jeden z popredných predstaviteľov kvantitatívnej geografie v súčasnosti, vidí prínos kvantitatívnej geografie v štyroch rovinách.

Kvantitatívne metódy umožňujú predovšetkým *redukcii informácie* obsiahnutej vo veľkých súboroch dát na omnoho menšie množstvo podstatnej informácie. Táto vlastnosť kvantitatívnych metód vystupuje do popredia najmä v súvislosti s potrebou analyzovať neustále sa zväčšujúce množstvo priestorových dát pochádzajúcich z populačných cenzov, výberových zisťovaní, diaľkového prieskumu Zeme a ďalších zdrojov. Kvantitatívna geografia poskytuje viacero sumárnych štatistických mier, vizualizačných techník a kvantitatívnych procedúr na redukcii dát, ktoré sú vhodné na prvopočiatkové spracovanie rozsiahlych a viacrozmerných súborov priestorových dát.

Ďalšou prednosťou kvantitatívnych metód je možnosť využitia tzv. *exploračnej analýzy dát* (exploratory data analysis). Pod týmto názvom sa skrýva osobitná skupina štatistických procedúr na vyšetrovanie vstupných dát alebo modelových výstupov. Na začiatku bádania je ich cieľom preskúmať kvalitu dát, zistiť v nich chyby a nepravidelnosti, odhaliť chýbajúce a odľahlé pozorovania a navrhnúť hypotézy, ktoré sa neskôr môžu testovať konfirmačnými metódami. Prostredníctvom exploračnej analýzy môžeme navyše overiť, či sú splnené predpoklady použitia určitých metód a rozhodnúť, ktoré z týchto metód uplatníme v nasledujúcich fázach štatistickej analýzy. Takéto iniciálne využitie exploračných procedúr pred konštrukciou modelu sa nazýva *predmodelová exploração*. Ak sa exploračné procedúry použijú na zhodnotenie presnosti a robustnosti výsledného modelu, hovorí sa naopak o *postmodelovej exploračii* (Fotheringham et al. 2000, p. 10).

Tretia výhoda kvantitatívnych metód súvisí s tým, že umožňujú preskúmať úlohu, ktorú zohráva *náhodnosť* v generovaní pozorovaných priestorových štruktúr a testovať rôzne hypotézy o týchto štruktúrach. V geografickom výskume často predpokladáme, že súbor našich pozorovaní je náhodným výberom z nejakého väčšieho základného súboru a na základe skúmania výberového súboru sa usilujeme odvodiť viac alebo menej spoľahlivé závery o základnom súbore. Štatistické metódy poskytujú veľmi efektívne prostriedky ako dospieť k takýmto záverom. Keďže tieto aspekty štatistickej analýzy tvoria jej fundamentálnu podstatu, pokúsime sa ich ilustrovať na príklade, ktorý uvádza A. S. Fotheringham (2006, p. 238).

Predpokladajme, že analyzujeme priestorové rozloženie výskytu určitej choroby s cieľom zistiť, či existuje nejaký vzťah medzi touto chorobou a prostredím. V prvom rade musíme zvoliť vhodnú metódu na meranie priestorového zhľukovania miest výskytu choroby vzhľadom na rizikovú populáciu a potom určiť pravdepodobnosť, že takéto zhľuky by mohli vzniknúť náhodne. Ak je pravdepodobnosť náhodného vzniku zhľukov extrémne nízka, potom naše podozrenie o vplyve environmentálnych faktorov (napríklad toxického odpadu alebo kontaminovaných vodných zdrojov) na rozloženie výskytu skúmanej choroby podstatne vzrastie. Prirodzene, štatistické testy neposkytujú definitívnu odpoveď na otázku, čo spôsobuje danú chorobu, ale v každom prípade vytvárajú lepší základ na posúdenie existencie možného vzťahu.

Na záver prehľadu o výhodách kvantitatívnych metód sa žiada pripojiť aj niekoľko poznámok o prednostiach *matematického modelovania*. Matematické modely môžu byť

užitočné v mnohých smeroch. V prvom rade poskytujú informáciu o činiteľoch formujúcich priestorové štruktúry a procesy. Okrem toho vytvárajú formálny rámec na zhodnotenie dôsledkov rôznych zásahov do priestorovej organizácie. Napokon sa dajú využiť aj ako nástroje na tvorbu predpovedí a generovanie rôznych scenárov možného vývoja priestorových štruktúr v budúcnosti. V tejto súvislosti stojí za zmienku, že matematické modelovanie tvorí určitý most medzi kvantitatívnou geografiou na jednej strane a teoretickou geografiou na strane druhej (cf. Paulov 2000). Matematické modely možno totiž pokladať za *kvantitatívne analytické metódy*, ale zároveň aj za *epistemologické útvary*, ktoré v hypoteticko-deduktívnej metóde vedeckého bádania zohrávajú mimoriadne významnú úlohu. Nie je preto žiadnym prekvapením, že časť poznatkov patriacich do teoretickej geografie sa často skrýva pod hlavičkou kvantitatívnej geografie a naopak.

4. SÚČASNÉ TRENDY V KVANTITATÍVNEJ GEOGRAFII

Kvantitatívna geografia prešla v posledných dvoch desaťročiach hlbokými zmenami, ktoré zásadným spôsobom zmenili jej charakter. V rozsiahlej literatúre prirodzene existujú veľmi rozdielne názory na to, čo tvorí podstatu týchto zmien a akými cestami sa uberá progres v kvantitatívnej geografii. V nasledujúcom výklade sa oprieme najmä o prehľadové štúdie A. S. Fotheringhama, ktorý v sérii príspevkov publikovaných v časopise *Progress in Human Geography* (Fotheringham 1997, 1998 a 1999a) rozlíšil tri odlišné, ale vzájomne podmienené trendy rozvoja kvantitatívnej geografie v ostatnom období. Prvý z týchto trendov sa dá označiť ako presun od globálnej analýzy k *lokálnej analýze*. Druhý trend – nazvaný *geokomputácia* – súvisí s aplikáciou špecifických kvantitatívnych metód na analýzu priestorových dát prostredníctvom výkonných počítačov. Tretím trendom je podľa A. S. Fotheringhama rozšírenie *vizualizácie* ako analytického nástroja na pochopenie priestorových štruktúr a procesov.

Lokálna analýza a lokálne modelovanie

Za jeden z charakteristických znakov vývoja kvantitatívnej geografie v súčasnosti treba rozhodne považovať *presun od hľadania globálnych pravidielností na identifikáciu lokálnych diferencií* (Fotheringham 1997). Základom tohto trendu je presvedčenie, že pri analýze priestorových dát nie je korektné vychádzať z premisy, že výsledky získané na základe celého súboru dát platia v rovnakej miere vo všetkých častiach skúmaného územia. Predpokladajme na ilustráciu, že závislosť miery čistej migrácie od stupňa nezamestnanosti a priemernej mzdy v nejakom regióne je vyjadrená pomocou štandardného regresného modelu. Hodnoty jeho parametrov, odhadnuté na základe dát z priestorových jednotky skúmaného regiónu, podávajú súhrnnú, resp. *globálnu* informáciu o charaktere sledovanej závislosti v celom regióne. V tejto súvislosti sa nevyhnutne vynára otázka, či globálne hodnoty parametrov odzrkadľujú podstatu skúmanej závislosti vo všetkých miestach uvažovaného regiónu, alebo iba zakrývajú výrazné lokálne rozdiely v jej charaktere.

Kvantitatívna geografia sa pokúša riešiť tento problém rozvíjaním osobitných procedúr, ktoré umožňujú vystihnúť lokálnu variabilitu a tak odhaliť špecifické črty malých územných jednotiek. Význam týchto procedúr – označovaných spoločným názvom *lo-*

kálna analýza alebo *lokálne modelovanie* – spočíva v tom, že rozširujú poznanie priestorových štruktúr a procesov o novú dimenziu a zároveň **posúvajú** do centra pozornosti otázky miesta, lokality a priestoru. V neposlednom rade dôraz na lokálne diferencie odrzkadľuje aj nevyhnutnosť špecifického prístupu k analýze veľkých a komplexných súborov priestorových dát, kde je vysoká pravdepodobnosť výskytu lokálnych odlišností v charaktere skúmaných závislostí. Podľa A. S. Fotheringhama (cf. Fotheringham 1997, Fotheringham a Brunsdon 1999) môžeme rozlíšiť štyri oblasti kvantitatívnej geografie, kde sa zaznamenal výrazný pokrok v rozvoji lokálnej analýzy a lokálneho modelovania.

Prvú oblasť predstavuje *lokálna analýza bodových rozložení* (local point pattern analysis). Klasické prístupy k analýze bodových rozložení, opierajúce sa o metódu najbližšieho suseda alebo o tzv. kvadrátnu analýzu, produkovali globálne štatistiky, ktoré opisovali bodové rozloženie vcelku a umožňovali porovnať pozorované rozloženie s teoreticky odvodeným náhodným rozložením (Boots a Getis 1988). Je zrejmé, že tieto metódy nemôžu poskytnúť žiadnu informáciu o vnútornej diferenciácii skúmaného rozloženia, pretože významné priestorové diferencie (pokiaľ existujú) sú zahrnuté vo výpočte priemernej, resp. globálnej štatistiky. V mnohých prípadoch, najmä pri štúdiu výskytu chorôb alebo niektorých demografických udalostí, je však takýto prístup priamo v rozpore s cieľom bádania – identifikáciou všetkých lokálnych zhlukov výskytu skúmaného javu.

Jednu z prvých metód na identifikáciu lokálnych zhlukov v bodových rozloženiach navrhol britský geograf S. Openshaw s kolektívom spolupracovníkov (Openshaw et al. 1987) a ďalej rozvinuli A. S. Fotheringham a F. Zhan (1996). Podstata tejto metódy je veľmi jednoduchá. V skúmanom rozložení sa náhodne vyberie bod a zároveň sa náhodne určí polomer kruhu so stredom v tomto bode. Potom sa porovná pozorovaný počet bodov ležiacich v danom kruhu s teoretickým počtom bodov odvodeným za predpokladu, že proces generujúci bodové rozloženie je náhodný. Ak je rozdiel štatisticky významný, kruh sa zakreslí na mapu a celá operácia sa automaticky mnohokrát zopakuje prostredníctvom výkonného počítača. Výsledkom je mapa pokrytá množinou kruhov sústredených v tých častiach skúmaného územia, kde je vysoká pravdepodobnosť výskytu lokálnych zhlukov bodov.

Ďalšie dve oblasti, kde sa dosiahol významný pokrok v lokálnej analýze, sa týkajú jednorozmerných a viacrozmerných priestorových závislostí. V prípade jednorozmerných priestorových závislostí ide najmä o rozvinutie *lokálnych indikátorov priestorovej asociácie a autokorelácie*. A. Getis a J. K. Ord (cf. Getis a Ord 1992, Ord a Getis 1995) predložili globálnu i lokálnu mieru priestorovej asociácie obsiahnutej v jednorozmernom súbore dát. Zatiaľ čo globálna miera vyjadruje celkový rozsah zhlukovania hodnôt uvažovaného atribútu v priestore, lokálne varianty globálnej štatistiky merajú asociáciu v dátach v susedstve každej priestorovej jednotky. C. Zhang a Y. Murayama (2000) rozšírili neskôr lokálny variant Getisovej a Ordovej štatistiky o koncept susedstva priestorových jednotiek *k*-teho rádu.

Ďalšou lokálnou štatistikou na meranie priestorovej závislosti je lokálny variant klasickej miery priestorovej autokorelácie – Moranovho koeficientu *I* (Anselin 1995). Moranov koeficient je globálna štatistika, ktorá podáva súhrnnú informáciu o úrovni priestorovej autokorelácie v rámci celého súboru dát. Lahko sa však môže stať, že v tom istom súbore dát sa bude vyskytovať priestorová autokorelácia rôzneho stupňa a protikladného charakteru. Globálna štatistika by potom mohla chybné signalizovať, že v danom súbore dát sa nevyskytuje žiadna priestorová autokorelácia, hoci v skutočnosti tu existuje silná pozitívna autokorelácia v jednej časti skúmaného územia a silná nega-

tívna autokorelácia v inej časti toho istého územia. Lokálna verzia Moranovho koeficientu, predložená L. Anselinom (1995), umožňuje odhaliť a preskúmať práve stupeň priestorovej autokorelácie v rôznych miestach skúmaného územia.

Interpretáciu oboch spomenutých lokálnych štatistík môže do značnej miery ovplyvniť stupeň globálnej autokorelácie v dátach. V tejto súvislosti vzbudzuje pozornosť príspevok J. K. Orda a A. Getisa (2001), ktorí nedávno predložili testovú štatistiku na identifikáciu lokálnej priestorovej autokorelácie v situácii, keď sa v dátach vyskytuje globálna priestorová autokorelácia. Z ďalších prác venovaných lokálnym indikátorom priestorovej závislosti je potrebné spomenúť najmä štúdiu P. A. Rogersona (1999), ktorý najprv odvodil globálny priestorový variant známej štatistiky χ^2 a potom ukázal, že lokálnu verziu tejto štatistiky možno využiť na identifikáciu štatisticky významných priestorových zoskupení. Za zmienku stojí aj príspevok M. Rosenberga (2000), ktorý modifikáciou Moranovho koeficientu získal parciálnu lokálnu mieru priestorovej autokorelácie v určitom smere.

Existencia rozsiahlych a zložitých súborov priestorových dát motivovala bádateľov k hľadaniu lokalizovaných verzií tradične globálnych viacrozmerných metód, a to najmä vo sfére regresnej analýzy. Ako odozva na túto výzvu vzniklo viacero lokálnych variantov viacrozmernej regresnej analýzy, ktoré sú podrobne opísané a kriticky zhodnotené v literatúre (cf. Fotheringham a Brunson 1999; Fotheringham et al. 2000, pp. 102-114). V našom príspevku si bližšie všimneme tri lokálne metódy – priestorový variant expanznej metódy, viacúrovňové modelovanie a geograficky váženú regresiu. Pripomíname, že v slovenskej geografickej literatúre o dvoch z nich už stručne referoval J. Paulov (2002).

V *expanznej metóde* (expansion method), ktorú rozvinul americký geograf E. Casetti (Casetti 1972, Jones a Casetti 1992), sa parametre globálneho regresného modelu rozvinú v tvare tzv. expanzných rovníc ako funkcie niekoľkých ďalších premenných. Ak sa za tieto premenné zvolia geografické súradnice určujúce polohu každého pozorovania a pôvodné parametre sa nahradia expanznými rovnicami, vznikne *priestorový expanzný model*, ktorý umožňuje vyjadriť *trendy* zmien hodnôt pôvodných parametrov v priestore (Jones 1984). Priestorový expanzný model sa kalibruje štandardnou metódou najmenších štvorcov. Ak odhady jeho nových parametrov späť vložíme do expanzných rovníc, získame priestorovo varirujúce odhady pôvodných parametrov. Nevýhodou expanznej metódy je skutočnosť, že priestorové trendy pôvodných parametrov môžu zakrývať významné lokálne diferencie a tiež fakt, že charakter identifikovaných trendov silne závisí od analytickej formy expanzných rovníc, ktorá je určená *a priori* (Fotheringham et al. 2000, p. 107).

Viacúrovňové modelovanie (multi-level modelling) je štatistická metóda rozvinutá pôvodne v pedagogickom výskume, ktorá dovoľuje preskúmať povahu štatistických závislostí v niekoľkých úrovniach, resp. mierkach (Jones 1991). V typických aplikáciách viacúrovňového modelovania sa pokúšame separovať účinky dvoch kategórií činiteľov ovplyvňujúcich individuálne správanie – osobných charakteristík na jednej strane a charakteristík miesta alebo regiónu, v ktorom sa správanie odohráva na strane druhej (tzv. kontextuálny efekt). Viacúrovňový model si môžeme predstaviť ako hierarchický systém regresných rovníc, ktorý v elementárnej dvojúrovňovej špecifikácii pozostáva z mikromodelu na individuálnej úrovni a makromodelu na agregovanej úrovni. Mikromodel vyjadruje závislosť medzi určitým aspektom správania *i*-teho jednotlivca a nejakým atribútom tohto jednotlivca, ktorý ovplyvňuje jeho správanie. Makromodel vyjadruje zasa závislosť určitého aspektu správania skupiny jednotlivcov v *j*-tom regióne od nejakého atribútu daného regiónu.

Kombináciou oboch modelov vznikne viacúrovňový model vyjadrujúci skúmaný aspekt správania i -teho jednotlivca žijúceho v j -tom regióne v závislosti od atribútu j -teho regiónu. Parametre modelu sú regionálne špecifikované, čo znamená, že sa odhadujú osobitne pre každý región, pričom sa predpokladá, že sú zložené z priemernej hodnoty (v súbore regiónov) a náhodnej zložky. Modifikáciou základného modelu vznikla početná trieda viacúrovňových modelov, v ktorých sa kontextuálny efekt uplatňuje rôznym spôsobom v niekoľkých úrovniach. Viaceré z nich sa aplikovali aj na priestorové dáta, napríklad pri štúdiu volebného správania (Jones et al. 1998), správania na trhu s bytmi (Huang a Clark 2002), migračného správania (Boyle a Shen 1997), správania pacientov pri využívaní zdravotníckych zariadení (Duncan et al. 1996) alebo priestorovej diferenciacie morbidita a mortality (Congdon et al. 1997).

Jeden z vážnych problémov, ktoré vznikajú pri aplikácii viacúrovňových modelov, súvisí s apriórnym vymedzením súboru diskretných priestorových jednotiek na každej úrovni hierarchie. Je totiž zrejme, že od korektného vymedzenia týchto jednotiek kriticky závisí aj povaha kontextuálneho efektu. Iným dôsledkom apriórneho vymedzenia diskretných jednotiek je skrytý predpoklad o diskretnom pôsobení priestorových procesov. Ako upozorňujú A. S. Fotheringham et al. (2000, pp. 105-106), zvyčajne neexistujú žiadne dôvody predpokladať, že pri prekročení hranice dvoch priestorových jednotiek dochádza k zmene charakteru pôsobenia priestorových procesov. Efekty priestoru nie sú diskretné, ale súvislé, kontinuálne.

Nedostatky expanznej metódy a viacúrovňového modelovania prekonáva tretia z regresných metód s lokálne odhadovanými parametrami, známa pod názvom *geograficky vážená regresia* (geographically weighted regression; cf. Fotheringham et al. 1998 a 2002). Je to relatívne jednoduchá, ale napriek tomu veľmi účinná procedúra, v ktorej sa hodnoty všetkých parametrov regresného modelu odhadujú osobitne pre každé pozorované miesto i . Lokálna regresná rovnica teda vyjadruje závislosť medzi premennými regresného modelu v okolí každého bodu i .

Pri kalibrácii lokálneho regresného modelu sa predpokladá, že pozorované dáta v blízkosti bodu i majú väčší vplyv na odhad parametra ako dáta vzdialenejšie. Ako metóda kalibrácie sa spravidla používa modifikovaná metóda vážených najmenších štvorcov. Váhy jednotlivých pozorovaní sú určené na základe ich blízkosti k miestu i tak, že dáta z bližších miest pozorovania majú väčšie váhy ako dáta zo vzdialenejších miest. Výsledkom kalibrácie lokálneho modelu sú okrem lokalizovaných odhadov parametrov aj lokalizované verzie všetkých štandardných diagnostických štatistík vrátane mier zhody, na základe ktorých sa potom dá posúdiť účinnosť lokálneho modelu.

Sféra potenciálnej aplikácie geograficky vázenej regresie je mimoriadne široká. Svedčí o tom aj celý rad empirických štúdií zaoberajúcich sa tak odlišnými témami geografického bádania ako je napríklad modelovanie priestorovej interakcie (Nakaya 2003), chudoba vo vnútri veľkomiest (Longley a Tobón 2004), kvalita životného prostredia (Mennis a Jordan 2005) alebo erózia v riečnych korytách (Atkinson et al. 2003). Podrobný výklad teoretických základov geograficky vázenej regresie a prehľad problémov súvisiacich s jej aplikáciou podáva špeciálna monografia (Fotheringham et al. 2002).

Štvrtá oblasť lokálnej analýzy súvisí s *modelovaním priestorovej interakcie*. Primárnou úlohou interakčných modelov je predikcia tokov osôb, tovarov alebo informácie medzi regiónmi na základe známych charakteristík východiskových a cieľových regiónov a vzdialenosti medzi nimi. Analogicky ako v predchádzajúcich prípadoch, aj globálne parametre interakčných modelov poskytujú len súhrnnú informáciu o charak-

tere interakcie v celom systéme regiónov a ich hodnoty môžu zakrývať veľmi výrazné interregionálne, resp. lokálne diferencie. Napríklad globálny parameter funkcie vzdialenosti v dvojnásobne ohraničenom interakčnom modeli je dobrou mierou súhrnného (alebo priemerného) impedančného účinku vzdialenosti na interakciu v rámci celého systému, ale nič nehovorí o tom, ako vplýva vzdialenosť na toky začínajúce alebo končiacie v jednotlivých regiónoch.

Na odhalenie regionálnych (resp. lokálnych) diferencií v charaktere závislosti medzi atribútmi regiónov a vzdialenosťou medzi nimi na jednej strane a interakciou na strane druhej sa preto rozvinuli *interakčné modely s lokálne špecifikovanými parametrami*, ktoré poskytujú separátne odhady parametrov buď pre každý východiskový, alebo pre každý cieľový región. Podľa toho sa rozlišujú interakčné modely s *východiskovo* alebo *cieľovo* špecifikovanými parametrami. Hoci sa interakčné modely s lokálne špecifikovanými parametrami dajú využiť na analýzu rôznych foriem priestorovej interakcie, často sa s nimi stretáme pri štúdiu interregionálnych migrácií (cf. Stillwell 1991 alebo Bezák 2000).

Geokomputácia

Progres v rozvoji lokálnej analýzy a lokálneho modelovania veľmi tesne súvisí s iným výrazným smerom súčasného vývoja kvantitatívnej geografie, ktorý zahŕňa aplikáciu špecifických kvantitatívnych metód na analýzu priestorových dát prostredníctvom výkonných počítačov (Fotheringham 1998). Na odlíšenie tohto trendu od jednoduchého využívania počítačov na bežné rutinné výpočty sa v anglo-americkej literatúre zaviedol názov *geocomputation*, ktorý môžeme prevziať do slovenčiny ako *geokomputácia*. Tento termín použil ako prvý S. Openshaw (cf. Openshaw a Abrahart 1996) v polovici 90-tych rokov na označenie počítačom realizovanej kvantitatívnej analýzy priestorových dát, v rámci ktorej počítač zohráva kľúčovú a nezastupiteľnú úlohu. V geokomputačnej analýze teda počítač nevystupuje ako pasívny nástroj realizácie štandardných metód rozvinutých nezávisle od výpočtovej techniky, ale ako aktívny činiteľ, ktorý bezprostredne ovláda formu analýzy.

Existuje množstvo príkladov, ktoré potvrdzujú, že geokomputácia môže byť cenným príspevkom na efektívne riešenie viacerých geografických problémov. Dobrý prehľad geokomputačných metód a ich aplikácií podávajú početné zborníky príspevkov (napr. Longley et al. 1998, Openshaw a Abrahart 2000 alebo Fischer a Leung 2001). Ako jednoduchý príklad môžeme uviesť aplikáciu geokomputačných metód na automatickú detekciu lokálnych zhlukov v bodových rozloženiach, o ktorej sme sa zmienili v časti venovanej lokálnej analýze. Ďalšie dva príklady prediskutujeme trochu podrobnejšie.

Prvý z nich je v geografii známy ako *problém modifikovateľných územných jednotiek* (modifiable areal unit problem). Z metodologického hľadiska ide o mimoriadne vážny a dosiaľ neuspokojivo vyriešený problém, ktorého podstata spočíva v citlivosti výsledkov analýzy agregovaných priestorových dát na veľkosť a tvar územných jednotiek použitých v analýze na agregáciu dát (Openshaw 1984). Problém modifikovateľných územných jednotiek pritom v geografii nie je žiadnou exotickou otázkou. Vyskytuje sa nielen pri aplikácii štandardných štatistických metód, ale napríklad aj v rámci faktorovoekologických štúdií, modelovania priestorovej interakcie, analýzy input-output alebo lokačno-alokačných modelov (Fotheringham a Wong 1991). Hoci sa často prezentuje ako výsostný problém humánnej geografie, v súvislosti s využívaním geografických informačných systémov a dát z diaľkového prieskumu Zeme sa začína

čoraz intenzívnejšie prejavovať aj vo fyzickej geografii (Dark a Bram 2007). Dôsledky existencie tohto problému sú pritom veľmi nepríjemné. Ak sa závery z analýzy agregovaných priestorových dát získané v skúmanom území z jedného súboru územných jednotiek odlišujú od výsledkov, ktoré sa v tom istom území získali z iného súboru územných jednotiek odlišnej veľkosti alebo tvaru, potom vzniká otázka, aký stupeň spoľahlivosti alebo hodnovernosti máme prisúdiť výsledkom pochádzajúcim z toho alebo iného súboru územných jednotiek.

V nedávnej dobe sa objavilo niekoľko pokusov o analytické riešenie problému modifikovateľných územných jednotiek (napr. Arbia 1989 alebo Steel a Hort 1996), ale žiadny z nich nezískal všeobecné uznanie a navyše mnohé návrhy v tej či onej miere hľadajú zdôvodnenie v empirických generalizáciách. V tejto súvislosti vzbudzujú pozornosť pokusy o hlbší prienik do podstaty tohto problému pomocou geokomputačných metód. A. S. Fotheringham a D. W. S. Wong (1991) ukázali, že s využitím rýchlych a výkonných počítačov môžeme zostrojiť stovky alebo tisícky rôznych systémov členenia skúmaného územia, ktoré môžu fungovať ako priestorový rámec aplikácie uvažovanej kvantitatívnej metódy. Porovnaním výsledkov získaných za všetky počítačom generované územné systémy môžeme (štatisticky alebo vizuálne) zhodnotiť stabilitu, resp. nestabilitu ľubovoľného parciálneho výsledku. Výsledky (napríklad odhady parametrov regresného modelu), ktoré sú relatívne stabilné vzhľadom na zmeny systému územných jednotiek, sa potom môžu pokladať za spoľahlivejšie a hodnovernejšie ako tie, ktoré vykazujú relatívne vysoký stupeň nestability.

Druhý príklad na ilustráciu geokomputačných metód sa týka výpočtových aspektov geograficky vázenej regresie. Ako sme už naznačili, geograficky vážená regresia je síce konceptuálne jednoduchá, ale z výpočtového hľadiska pomerne náročná procedúra. Keďže parametre lokálneho regresného modelu vyjadrujú povahu závislosti medzi premennými modelu v okolí každého observačného bodu i , pri kalibrácii modelu sa predpokladá, že pozorované dáta v blízkosti bodu i majú väčší vplyv na odhad parametra ako dáta vzdialenejšie. Ak sa na odhad parametrov použije metóda vážených najmenších štvorcov, potom dáta z bližších miest pozorovania dostanú väčšie váhy ako dáta zo vzdialenejších miest.

Metóda vážených najmenších štvorcov je štandardná metóda odhadu a jej aplikácia sama osebe nespôsobuje žiadne výnimočné problémy. Tie vznikajú až pri pokusoch určiť priestorovú schému váh. Váhy sa totiž určujú pomocou tzv. funkcie váh, ktorá sa spravidla definuje ako spojitá klesajúca funkcia vzdialenosti od bodu i . Voľba tejto funkcie a odhad jej parametrov však nepatria medzi výpočtovo jednoduché úlohy. Okrem toho treba vziať do úvahy skutočnosť, že forma funkcie váh pre daný parameter sa môže meniť od miesta k miestu najmä v závislosti od hustoty observačných bodov a okrem toho aj fakt, že každý parameter modelu môže mať osobitnú funkciu váh. Ako vidieť, kalibrácia regresného modelu je pri geograficky vázenej regresii mimoriadne komplikovaný postup, v ktorom treba za pomoci rýchlych a výkonných počítačov preskúmať a zhodnotiť pomerne veľké množstvo možných kombinácií.

Osobitnú skupinu geokomputačných metód tvoria metódy, ktoré majú svoj pôvod v oblasti výskumu známej pod názvom *umelá inteligencia*. Tieto metódy sú založené na počítačovej replikácii (resp. imitácii) niektorých atribútov ľudskej inteligencie, ako je napríklad učenie, usudzovanie, vyhľadávanie, vyhodnocovanie a pod. Podľa A. S. Fotheringhama (1998) sa ako perspektívne ukazujú tri skupiny týchto metód: algoritmy heuristického vyhľadávania, aplikácie neuronových sietí a evolučné počítačové metódy. Ako príklad aplikácie evolučných metód uvedieme novú procedúru na automatickú de-

tekcii zhlukov v bodových rozlozeniach využívajúcu algoritmus genetického vyhľadávania (Conley et al. 2005). Genetické algoritmy predstavujú stochastickú vyhľadávaciu metódu, ktorá sa inšpiruje evolučnými princípmi ako je prirodzený výber, kríženie a mutácia (Šíma a Neruda 1996, p. 360). Základné poznatky o metódach rozvíjaných v rámci koncepcie umelej inteligencie a o možnostiach ich aplikácie na priestorové dáta poskytuje špeciálna monografia (Openshaw a Openshaw 1997).

Vizualizácia priestorových dát

Tretím trendom, ktorý dominuje v rozvoji kvantitatívnej geografie v súčasnosti, je trend k *vizualizácii* ako prostriedku poznania priestorových štruktúr a procesov. Trend k vizualizácii má veľa spoločných znakov s rozvojom geokomputačných metód. Ani pri vizualizácii totiž nejde o tradičné formy vizuálnej prezentácie poznatkov, ktoré sa dosiahli inými kvantitatívnymi metódami. Vizualizácia – podobne ako geokomputácia – sa v kvantitatívnej geografii pokladá za analytický nástroj, pomocou ktorého sa z priestorových dát dajú získať principiálne nové informácie bez bezprostrednej asistencie iných kvantitatívnych metód. Neprekvapuje preto, že v tomto kontexte sa často hovorí o *exploračnej vizualizácii dát* alebo *exploračnej vizuálnej analýze* (Gahegan 1999).

Z prehľadovej štúdie A. S. Fotheringhama (1999a) vyplýva, že vizualizačné techniky sa v kvantitatívnej geografii využívajú spravidla na identifikáciu: (1) zhlukov v bodových priestorových rozlozeniach, (2) odľahlých pozorovaní a (3) trendov v závislostiach. Zhluky sú zreteľné zoskupenia pozorovaných hodnôt v priestore. Odľahlé, resp. vybočujúce pozorovania (anglicky *outliers*) sú osobitné prípady, ktoré sa podstatne odlišujú od ostatných pozorovaní nezvyčajnou kombináciou pozorovaných hodnôt. Trendy vyjadrujú systematickú zmenu pozorovaných hodnôt v priestore. Väčšina existujúcich vizualizačných techník je určená na vizualizáciu jednorozmerných a dvojrozmerných dát. Niektoré z nich sa síce dajú pomerne ľahko rozšíriť aj na trojrozmerné dáta, ale veľmi málo techník sa zatiaľ rozvinulo pre omnoho častejšie sa vyskytujúce súbory viacrozmerných dát.

Jednoduchý príklad vizualizačnej procedúry na identifikáciu odľahlých pozorovaní v súboroch jednorozmerných priestorových dát poskytujú tzv. *diagramy priestorovej závislosti* (spatial dependency plots). Sú to jednoduché grafy, v ktorých sa na horizontálnej osi znázorňujú pozorované dáta a na vertikálnej osi korešpondujúce priemerné hodnoty vypočítané zo susedných pozorovaní. Rôzne spôsoby definície susedstva môžu pritom viesť k rôznym diagramom a prostredníctvom nich k rôznym predstavám o odľahlých pozorovaniach, ktoré síce nemusia predstavovať globálny extrém, ale sa budú podstatne líšiť od susedných pozorovaní.

Na identifikáciu priestorových trendov možno využiť viaceré prostriedky kartografickej vizualizácie. Klasickým nástrojom sú *anamorfne kartogramy* zobrazujúce dáta podľa areálov, ktorých územný rozsah nezodpovedá skutočnej rozlohe, ale veľkosti populácie alebo inej charakteristike daného územia vyjadrujúcej jeho relatívny význam (Dorling 1992 a 1996). Anamorfne kartogramy umožňujú vyhnúť sa nesprávnym interpretáciám, ktoré vznikajú spravidla vtedy, keď v kartografickom zobrazení dominujú veľké, ale relatívne nevýznamné priestorové jednotky s mimoriadne vysokými alebo nízkymi hodnotami nad malými, ale omnoho významnejšími priestorovými jednotkami. Poznamenajme ešte, že vizualizačné prvky sa vyskytujú aj v niektorých počítačových metódach na automatickú detekciu lokálnych zhlukov v bodových rozlozeniach.

Dobрым reprezentantom vizualizačných procedúr pre viacrozmerné priestorové dáta je *metóda paralelných súradníc* (parallel coordinates plot; cf. Fotheringham et al.

2000, pp. 80-2). V tejto metóde sa m -rozmerný súbor dát zobrazuje v dvojrozmernom priestore pomocou série m súradnicových sústav horizontálne posunutých tak, že všetky vertikálne súradnicové osi zostanú rovnobežné. Každé m -rozmerné pozorovanie sa po štandardizácii dát znázorní lomenou čiarou pozostávajúcou z $m-1$ čiarových segmentov spájajúcich súradnice na susedných vertikálnych osiach. Ak sa tento proces zopakuje pre všetky pozorovania, potom bodom s podobnými hodnotami m atribútov budú zodpovedať blízko seba ležiace lomené čiary, čo by malo umožniť identifikáciu zhlukov. Výskyt odľahlých pozorovaní by zasa mali signalizovať lomené čiary, ktorých priebeh sa diametrálne odlišuje od priebehu ostatných čiar. Zobrazenie dát metódou paralelných súradníc dovoľuje aj vizualizáciu závislostí medzi premennými. Dve premenné so silnou pozitívnou koreláciou budú znázornené rovnobežnými lomenými čiarami a dve premenné so silnou negatívnou koreláciou zasa lomenými čiarami, ktoré sa vzájomne pretínajú.

Podobne ako v prípade aplikácie iných exploračných metód, aj v rámci využitia vizualizačných procedúr môžeme hovoriť o *predmodelovej* a *postmodelovej vizualizácii* (Fotheringham et al. 2000, p. 55). Predmodelová vizualizácia umožňuje posúdiť kvalitu dát, zistiť v nich chyby, odhaliť odľahlé pozorovania, naznačiť výskumné hypotézy a prípadne aj overiť, či sú splnené predpoklady použitia analytických metód. Vizualizačné techniky sú však veľmi dôležité aj pri posudzovaní kvality a spoľahlivosti výsledkov získaných z kalibrovaného matematického modelu. Výsledky z kalibrácie geograficky váženého regresného modelu môžu napríklad obsahovať súbor odhadov parametrov modelu a korešpondujúcich smerodajných chýb odhadu pre každé observačné miesto. Najjednoduchším spôsobom preskúmania priestorovej diferenciácie v hodnotách lokálnych parametrov je ich kartografické znázornenie. Rôzne formy kartografickej vizualizácie môžu nielen prispieť k porozumeniu podstaty lokálnych diferencií, ale aj poskytnúť dôležitú informáciu o eventuálnych špecifikačných chybách, spôsobených nesprávnym výberom premenných modelu alebo neadekvátnej formy závislosti medzi nimi.

Silným motívom rozvoja vizualizačných metód v kvantitatívnej geografii je skutočnosť, že väčšina existujúcich vizualizačných techník je určená na analýzu jednoduchých jednorozmerných a dvojrozmerných súborov nepriestorových dát. Veľkou výzvou pre kvantitatívnu geografiu je akútna potreba vizualizačných procedúr pre viacrozmerné súbory priestorových dát, ktoré v geografickom výskume začínajú výrazne prevládať.

5. ZÁVER

V tomto príspevku sme sa pokúsili podať stručný a selektívny prehľad niektorých významných vývojových trendov kvantitatívnej geografie v súčasnosti. Náš prehľad prirodzene ani zďaleka nevyčerpal všetky dôležité otázky týkajúce sa rozvoja kvantitatívnych metód v humánnej alebo regionálnej geografii. Niektoré okruhy problémov sme mohli iba načrtnúť, iné sme museli viac-menej ignorovať. Jedným z nich je napríklad pomerne zložitý a často aj rozporný vzťah medzi kvantitatívnou geografiou a geografickými informačnými systémami, resp. novovznikajúcou geografickou informačnou vedou (Fotheringham a Rogerson 1994, Fotheringham 1999b, Goodchild 2000, Goodchild a Haining 2004). Bokom zostali aj mnohé metódy a postupy rozvinuté v hra-

ničnej oblasti medzi kvantitatívnou geografiou a priestorovou ekonometriou, ktorá venuje špeciálnu pozornosť úlohe priestoru v štatistickej analýze ekonomických závislostí (Anselin 1988, Anselin et al. 2004, Getis et al. 2004).

Podrobnú analýzu by si zaslúžil alternatívny štatistický rámec, založený na Bayesovej definícii pravdepodobnosti, a jeho aplikácie v kvantitatívnej geografii (Congdon 2001, Davies Withers 2002). Osobitnú pozornosť si vyžadujú aj diskusie o filozofických základoch kvantitatívnej geografie (Poon 2005, Fotheringham 2006, Kitchin 2006), diferenciencie medzi kvantitatívnou humánnou a kvantitatívnou fyzickou geografiou (Fotheringham 2006), otázky týkajúce sa rozsahu a náplne univerzitnej výučby kvantitatívnej geografie (Keylock a Dorling 2004) a mnohé ďalšie nemenej dôležité a aktuálne problémy, ktoré absentujú v našom prehľade. Napriek tomu sa nazdávame, že náš príspevok podáva dostatočné množstvo informácie o súčasnom stave kvantitatívnej geografie, jej vnútornej vitalite a enormnom potenciáli pre ďalší rozvoj.

PodĎakovanie

Tento príspevok vznikol v rámci riešenia vedeckého projektu č. 2/6041/26-A „Priestorová štruktúra vnútorných migrácií na Slovensku v post-transformačnom období“, ktorý bol čiastočne financovaný grantovou agentúrou VEGA.

Literatúra

- ANSELIN L. (1988): *Spatial econometrics: methods and models*. Dordrecht (Kluwer).
- ANSELIN L. (1995): Local indicators of spatial association – LISA. *Geographical Analysis*, 27, 93-115.
- ANSELIN L., FLORAX R. J. G. M., REY S. J., eds. (2004): *Advances in spatial econometrics: methodology, tools and applications*. Heidelberg (Springer).
- ARBIA G. (1989): *Spatial data configuration in statistical analysis of regional economic and related problems*. Dordrecht (Kluwer).
- ATKINSON P. M., GERMAN S. E., SEAR D. A., CLARK M. J. (2003): Exploring the relations between riverbank erosion and geomorphological controls using geographically weighted logistic regression. *Geographical Analysis*, 35, 58-82.
- BEZÁK A. (2000): Interregional migration in Slovakia: some tests of spatial interaction models. *Geografický časopis*, 52, 15-32.
- BOOTS B., GETIS A. (1988): *Point pattern analysis*. London (Sage).
- BOYLE P. J., SHEN J. (1997): Public housing and migration: a multi-level modelling approach. *International Journal of Population Geography*, 3, 227-242.
- CASETTI E. (1972): Generating models by the expansion method: applications to geographic research. *Geographical Analysis*, 4, 81-91.
- CONGDON P. (2001): *Bayesian statistical modelling*. Chichester (Wiley).
- CONGDON P., SHOULS S., CURTIS S. (1997): A multi-level perspective on small-area health and mortality: a case study of England and Wales. *International Journal of Population Geography*, 3, 243-263.
- CONLEY J., GAHEGAN M., MACGILL J. (2005): A genetic approach to detecting clusters in point data sets. *Geographical Analysis*, 37, 286-314.
- DARK S. J., BRAM D. (2007): The modifiable areal unit problem (MAUP) in physical geography. *Progress in Physical Geography*, 31, 471-479.
- DAVIES WITHERS S. (2002): Quantitative methods: Bayesian inference, Bayesian thinking. *Progress in Human Geography*, 26, 553-66.
- DORLING D. (1992): Visualising people in time and space. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 19, 613-637.

- DORLING D. (1996): *Area cartograms: their use and creation*. Concepts and Techniques in Modern Geography, 59. Norfolk (Environmental Publications).
- DUNCAN C., JONES K., MOON G. (1996): Health-related behaviour in context: a multi-level modelling approach, *Social Science and Medicine*, 42, 817-830.
- FISCHER M. M., LEUNG Y., eds. (2001): *Geocomputational modelling: techniques and applications*. Berlin (Springer).
- FOTHERINGHAM A. S. (1997): Trends in quantitative methods I: stressing the local. *Progress in Human Geography*, 21, 88-96.
- FOTHERINGHAM A. S. (1998): Trends in quantitative methods II: stressing the computational. *Progress in Human Geography*, 22, 283-292.
- FOTHERINGHAM A. S. (1999a): Trends in quantitative methods III: stressing the visual. *Progress in Human Geography*, 23, 597-606.
- FOTHERINGHAM A. S. (1999b): GIS-based spatial modelling: a step forwards or a step backwards? In Fotheringham A. S., Wegener M., eds. *Spatial models and GIS: a European perspective*. London (Taylor and Francis), pp. 21-30.
- FOTHERINGHAM A. S. (2006): Quantification, evidence and positivism. In Aitken S., Valentine G., eds. *Approaches to human geography*. London (Sage), pp. 237-250.
- FOTHERINGHAM A. S., BRUNSDON C. (1999): Local forms of spatial analysis. *Geographical Analysis*, 31, 340-358.
- FOTHERINGHAM A. S., BRUNSDON C., CHARLTON M. (1998): Geographically weighted regression: a natural evolution of the expansion method for spatial data analysis. *Environment and Planning A*, 30, 1905-1927.
- FOTHERINGHAM A. S., BRUNSDON C., CHARLTON M. (2000): *Quantitative geography: perspectives on spatial data analysis*. London (Sage).
- FOTHERINGHAM A. S., BRUNSDON C., CHARLTON M. (2002): *Geographically weighted regression: the analysis of spatially varying relationships*. Chichester (Wiley).
- FOTHERINGHAM A. S., ROGERSON P. A., eds. (1994): *Spatial analysis and GIS*. London (Taylor and Francis).
- FOTHERINGHAM A. S., WONG D. W. S. (1991): The modifiable areal unit problem in multivariate statistical analysis. *Environment and Planning A*, 23, 1025-1044.
- FOTHERINGHAM A. S., ZHAN F. (1996): A comparison of three exploratory methods for cluster detection in spatial point pattern. *Geographical Analysis*, 28, 200-218.
- GAHEGAN M. (1999): Four barriers to the development of effective exploratory visualisation tools for the geosciences. *International Journal of Geographical Information Science*, 13, 289-309.
- GETIS, A., MUR J., ZOLLER H., eds. (2004): *Spatial econometrics and spatial statistics*. London (Palgrave).
- GETIS A., ORD J. K. (1992): The analysis of spatial association by use of distance statistics. *Geographical Analysis*, 24, 189-206.
- GOODCHILD M. F. (2000): The current status of GIS and spatial analysis. *Journal of Geographical Systems*, 2, 5-10.
- GOODCHILD M. F., HAINING R. P. (2004): GIS and spatial data analysis: converging perspectives. *Papers in Regional Science*, 83, 363-385.
- HAINING R. (2003): *Spatial data analysis: theory and practice*. Cambridge (Cambridge University Press).
- HUANG Y., CLARK W. A. V. (2002): Housing tenure choice in transitional urban China: a multilevel analysis. *Urban Studies*, 39, 7-32.
- JONES J. P. (1984): A spatially-varying parameters model of AFDC participation: empirical analysis using the expansion method. *Professional Geographer*, 36, 455-461.
- JONES J. P., CASETTI E. (1992): *Applications of the expansion method*. London (Routledge).
- JONES K. (1991): *Multi-level models for geographical research*. Concepts and Techniques in Modern Geography, 54. Norwich (Environmental Publications).

- JONES K., GOULD M. I., WATT R. (1998): Multiple contexts as cross-classified models: the Labour vote in the British general election of 1992. *Geographical Analysis*, 30, 65-93.
- KEYLOCK C. J., DORLING D. (2004): What kind of quantitative methods for what kind of geography? *Area*, 36, 358-366.
- KITCHIN R. (2006): Positivistic geographies and spatial science. In Aitken S., Valentine G., eds. *Approaches to human geography*. London (Sage), pp. 20-29.
- KITCHIN R., TATE N. J. (2000): *Conducting research in human geography: theory, methodology and practice*. Harlow (Prentice-Hall).
- LONGLEY P., BROOKS S., MCDONNELL R., MACMILLAN B., eds. (1998): *Geocomputation: a primer*. Chichester (Wiley).
- LONGLEY P. A., TOBÓN C. (2004): Spatial dependence and heterogeneity in patterns of hardship: an intra-urban analysis. *Annals of the Association of American Geographers*, 94, 503-519.
- MENNIS J. L., JORDAN L. (2005): The distribution of environmental equity: exploring spatial nonstationarity in multivariate models of air toxic releases. *Annals of the Association of American Geographers*, 95, 249-268.
- NAKAYA T. (2003): Local spatial interaction modelling based on the geographically weighted regression approach. In Thomas R., Boots B., Okabe A., eds. *Modelling geographical systems: statistical and computational applications*. Dordrecht (Kluwer), pp. 45-69.
- ODLAND J. (1988): *Spatial autocorrelation*. Newbury Park (Sage).
- OPENSHAW S. (1984): *The modifiable areal unit problem*. Concepts and Techniques in Modern Geography, 38. Norwich (GeoBooks).
- OPENSHAW S., ABRAHART R. J. (1996): Geocomputation. In Abrahart R. J., ed. *Proceedings GeoComputation '96, 1st International Conference on GeoComputation*. Leeds (University of Leeds), pp. 665-666.
- OPENSHAW S., ABRAHART R. J., ed. (2000): *GeoComputation*. London (Taylor and Francis).
- OPENSHAW S., OPENSHAW C. (1997): *Artificial intelligence in geography*. Chichester (Wiley).
- OPENSHAW S., CHARLTON M. E., WYMER C., CRAFT A. W. (1987): A Mark 1 Geographical Analysis Machine for the automated analysis of point data sets. *International Journal of Geographical Information Systems*, 1, 359-377.
- ORD K. J., GETIS A. (1995): Local spatial autocorrelation statistics: distributional issues and an application. *Geographical Analysis*, 27, 286-306.
- ORD K. J., GETIS A. (2001): Testing for local spatial autocorrelation in the presence of global autocorrelation. *Journal of Regional Science*, 41, 411-432.
- PAULOV J. (2000): K vývoju kvantitatívnej a teoretickej geografie. *Geografický časopis*, 52, 3-14.
- PAULOV J. (2002): Problém globálneho a lokálneho v kvantitatívnej geografii. *Geographia Slovaca*, 18, 143-150.
- PAULOV J. (2006): K problému idiografickosti a nomotetickosti geografie s osobitným zreteľom na regionálnu geografiiu. *Acta Geographica Universitatis Comenianae*, 47, 27-33.
- POON J. P. H. (2005): Quantitative methods: not positively positivist. *Progress in Human Geography*, 29, 766-772.
- ROGERSON P. A. (1999): The detection of clusters using a spatial version of the chi-square goodness-of-fit statistics. *Geographical Analysis*, 31, 130-147.
- ROSENBERG M. (2000): The bearing correlogram: a new method of analyzing directional spatial autocorrelation. *Geographical Analysis*, 32, 267-278.
- STEEL D. G., HOLT D. (1996): Rules for random aggregation. *Environment and Planning A*, 28, 957-978.
- STILLWELL J. (1991): Spatial interaction models and the propensity to migrate over distance. In Stillwell J., Congdon P., eds. *Migration models: macro and micro approaches*. London (Belhaven Press), pp. 34-56.
- ŠÍMA J., NERUDA R. (1996): *Teoretické otázky neuronových sítí*. Praha (Matfyzpress).

- WILSON A. G. (2000): *Complex spatial systems: the modelling foundations of urban and regional analysis*. Harlow (Prentice-Hall).
- ZHANG C., MURAYAMA Y. (2000): Testing local spatial autocorrelation using *k*-order neighbours. *International Journal of Geographical Information Science*, 14, 681-692.

Reflections on current trends in quantitative geography

Summary

Quantitative geography has undergone substantial changes in the last two decades. These changes have involved fundamental shifts in the way quantitative geographers approach to spatial data analysis. This paper is not intended as a comprehensive review of all quantitative methods developed during the last twenty years. Rather, it is our aim to provide some examples of recent research in quantitative geography, with the specific emphasis on issues such as exploratory analysis, local dependence and relationships, local modelling, geocomputation and visualisation.

In the introductory section, the origin of quantitative geography is described in brief. After this, the field of quantitative geography is specified and the division between statistical analysis of spatial data and research focused on mathematical modelling is explained. Then the nature and unique properties of spatial data are examined stressing the need for specialized methods in spatial data analysis. In addition, some advantages of quantitative analysis over non-quantitative approaches are summarized.

The next section deals with recent developments in modern quantitative geography. Following A. S. Fotheringham, three current trends in spatial data analysis are identified. They are: the movement towards local analysis and local modelling, development of the computer-assisted quantitative analysis of spatial data described as geocomputation and trend to visualisation as an analytical tool for the understanding of spatial patterns and processes.

Although there are numerous methods of local analysis, only local forms of point pattern analysis, local indicators of spatial association and autocorrelation, as well as expansion method, multi-level modelling and geographically weighted regression are reviewed. A brief mention is also made of local forms of spatial interaction models. As regards geocomputation, two applications of geocomputational analysis are described in some detail. The first example concerns the modifiable areal unit problem and the second one discusses computational issues in geographically weighted regression. Finally, spatial dependency plots, area cartograms and parallel coordinates approach are outlined as illustrative examples of techniques for exploring spatial data visually. In conclusion, some neglected problems of quantitative geography are briefly mentioned.